

Surface sphérique : Miroir, dioptre et lentille

SVT session d'automne 2012

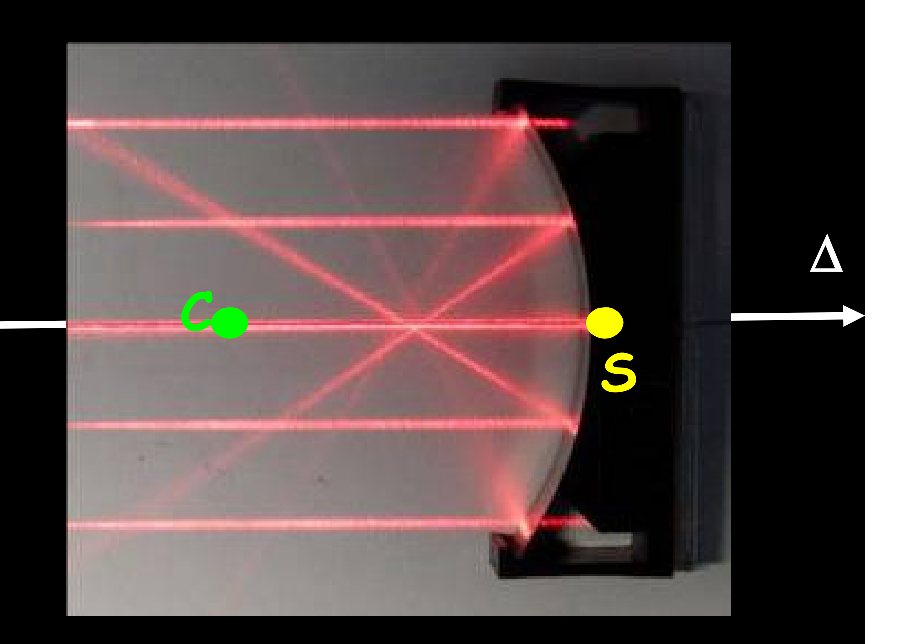
Pr Hamid TOUMA
Département de Physique
Faculté des Sciences de Rabat
Université Mohamed V

Les miroirs sphériques

Définition :

Un miroir sphérique est une portion de sphère réfléchissante, de centre C et de sommet S. **Le rayon** du miroir sphérique est défini par la mesure algébrique : $R = \overline{SC}$

CS est l'axe principal optique (Δ) de ce miroir sphérique. La surface réfléchissante s'obtient par un dépôt métallique.



Il est à noter que l'origine de l'axe optique Δ peut être fixée arbitrairement en C ou en S.

Miroirs convexes




Miroirs de surveillance

Miroir de sortie d'usine

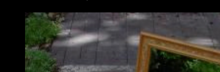


rétroviseurs de camion




Exemples :

Miroir plan

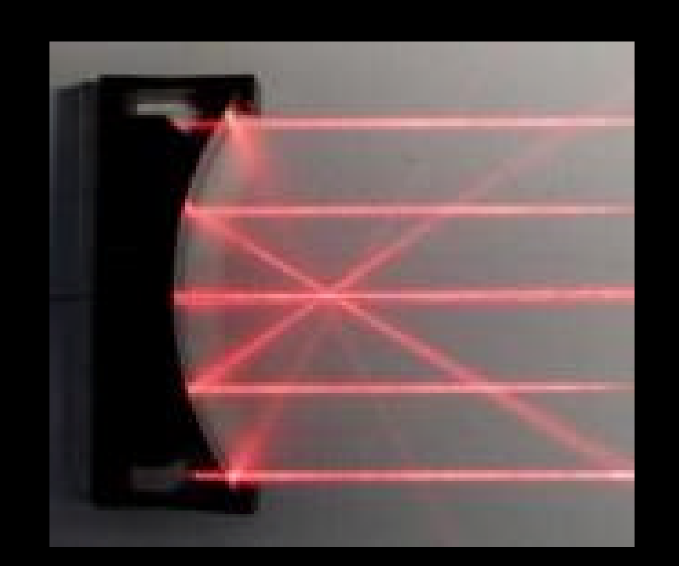



Miroir concave



Un miroir sphérique peut être **concave** ou **convexe** .

Un miroir sphérique est **concave** si sa **surface réfléchissante** est du **même** côté que le **centre** **C** de la sphère.



Surface réfléchissante

Axe optique

Sens de propagation de la Lumière

C R

Δ

S

Miroir concave

$$R = \overline{SC} < 0$$

Un miroir sphérique est convexe si sa <u>surface réfléchissante</u> n'est pas du même côté que le centre C de la sphère.

Surface réfléchissante

Axe optique

Sens de propagation de la Lumière



R

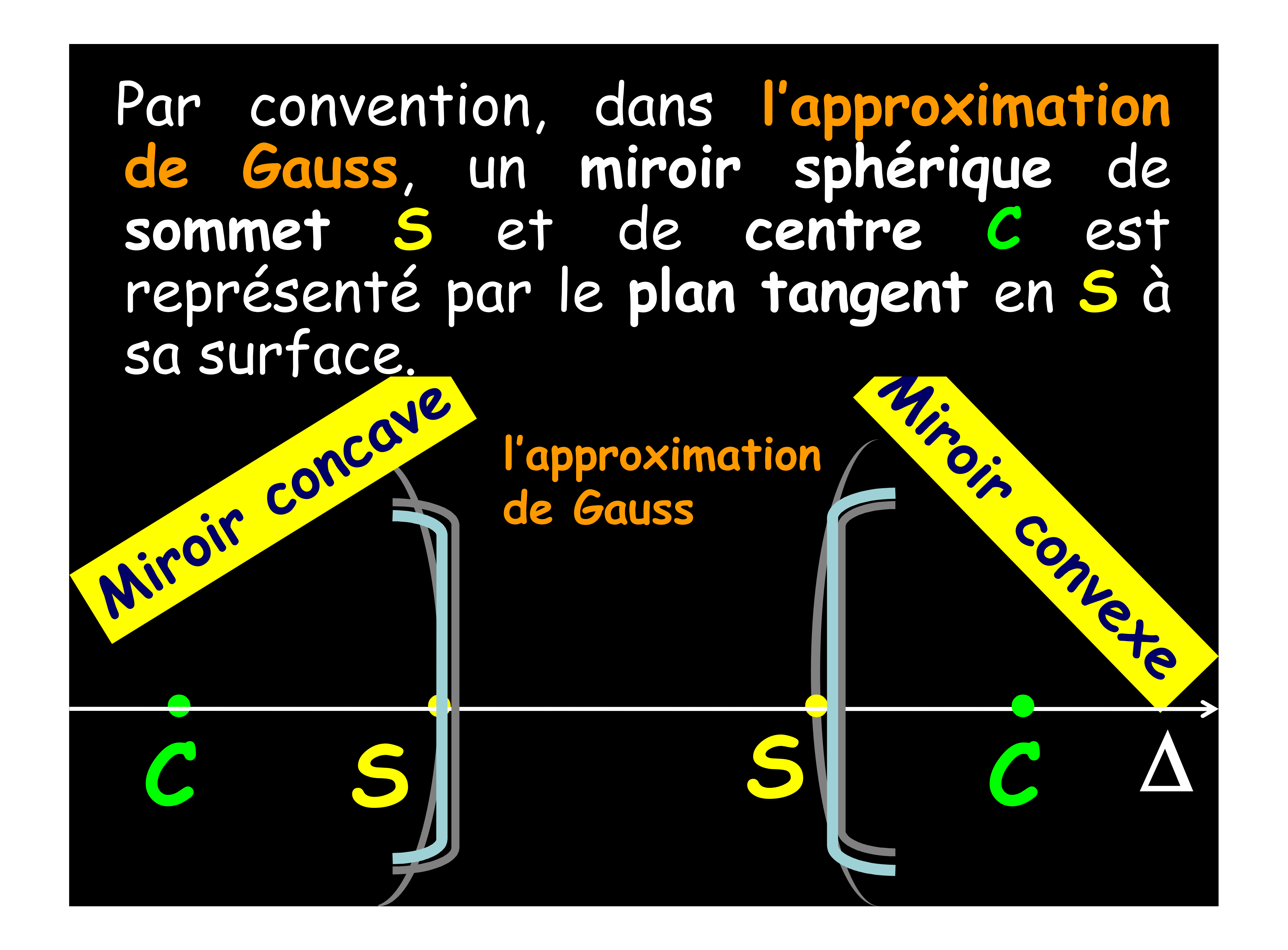
C

Δ

S

Miroir convexe

$$R = \overline{SC} > 0$$

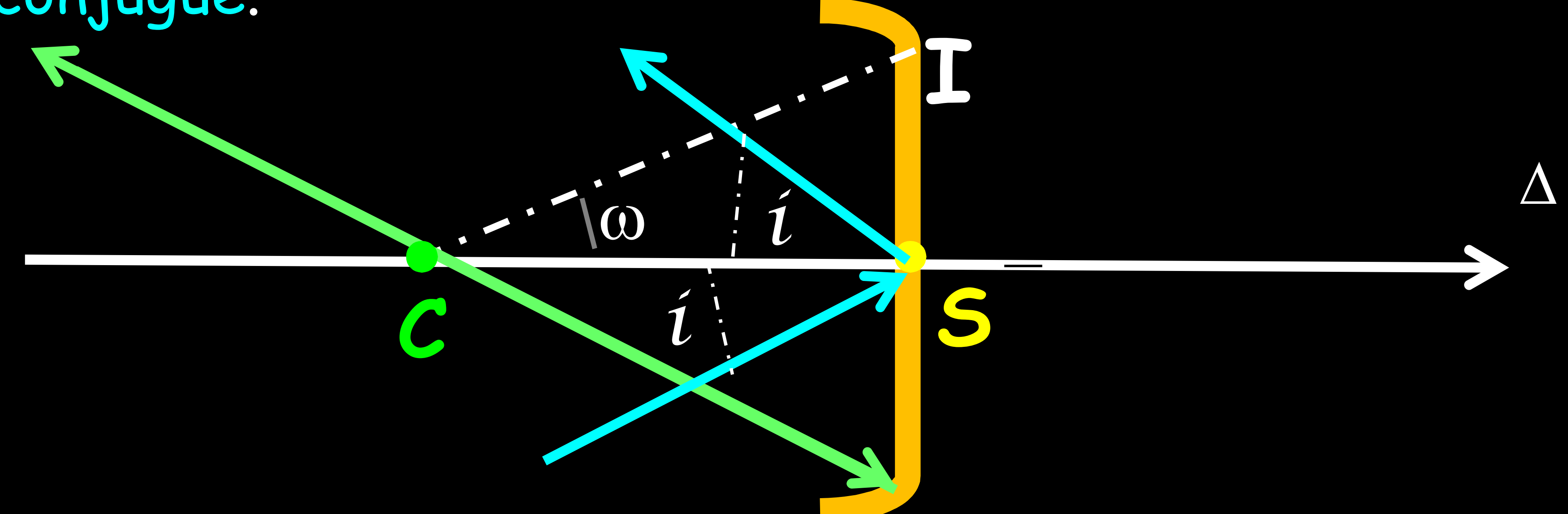


Par convention, dans l'approximation de Gauss, un miroir sphérique de sommet S et de centre C est représenté par le plan tangent en S à sa surface.
Miroir concave
l'approximation de Gauss
Miroir convexe
C
S
S
C
Δ

Propriétés du miroir sphérique

Les points cardinaux

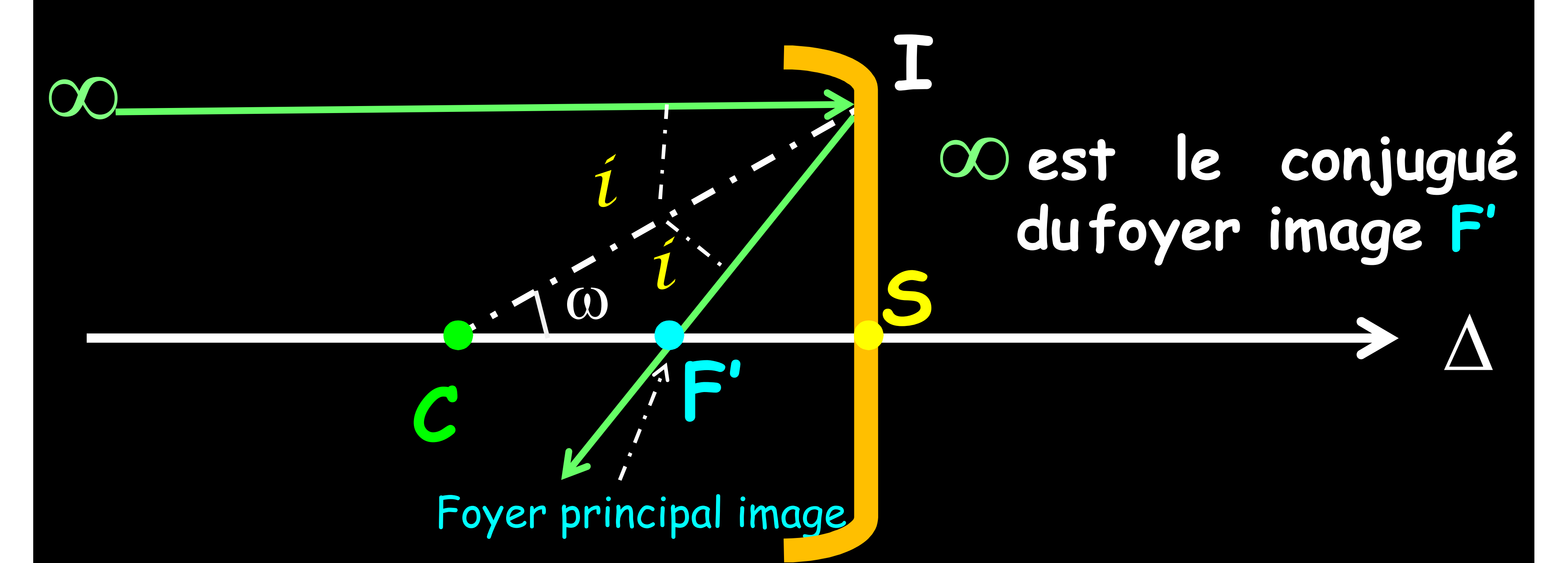
Tout rayon lumineux passant par le centre C d'un miroir sphérique, subit une réflexion sur ce miroir en repassant par le point C. Le point C est son propre conjugué.



Tout rayon lumineux passant par le sommet S d'un miroir sphérique, subit d'une façon symétrique une réflexion sur ce miroir en repassant par le sommet S.

Le point S est son propre conjugué.

Loi de Snell-Descartes pour la réflexion



Un point objet à l'infini sur l'axe principal envoie un rayon lumineux incident **parallèle** à cet **axe optique principal** Δ. Ce rayon lumineux rencontre le miroir en **I**. la normale de ce miroir au point **I** est son rayon **CI**. On constate que $i = \omega$ (angles alternes internes).

Dans l'approximation de Gauss, ω est **petit** et **cos** $\omega \sim 1$. Par suite nous aurons :

$$\overline{CF'} = -\frac{\overline{SC}}{2}$$

Le foyer image F' est à la moitié du rayon du miroir sphérique

Le **principe du retour inverse** de la lumière montre qu'un rayon lumineux issu de **F'** se réfléchi sur le **miroir sphérique** en sortant parallèlement à son axe principal.

Le foyer image F ' est et le **foyer objet F sont** confondus avec le **milieu du segment CS** du **miroir sphérique**.

$$\overline{CF'} = \overline{CF} = -\frac{\overline{SC}}{2}$$

Foyer image F' :

objet A à l'infini image A' au foyer

$$f' = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

f' : distance focale image

F' : foyer principal image

Foyer objet F :

objet A au foyer image A' à l'infini

$$f = \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

f : distance focale objet

F : foyer principal objet

Vergence d'un miroir sphérique :

La vergence d'un **miroir sphérique** de sommet **S** et de centre **C** est définie comme l'inverse de sa **distance focale**. C'est une expression algébrique. **L'unité** de la **vergence** est donc le mètre^{-1}, m^{-1}, appelé dioptrie et notée δ.

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{f} = \frac{1}{\overline{SF}}$$

Indice de réfraction de l'air

Miroir concave est convergent avec une vergence négative, ses foyers sont réels.

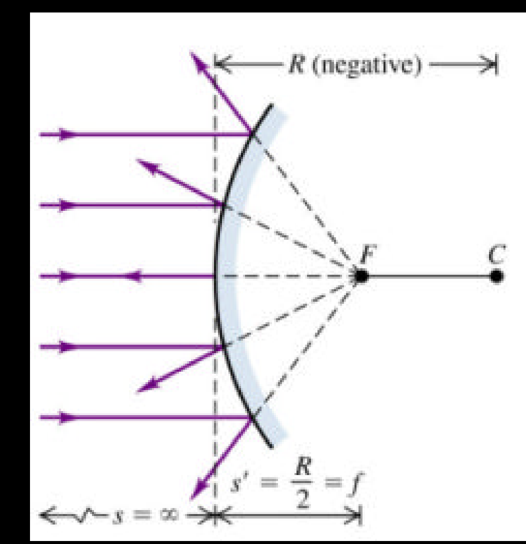
$$V = \frac{1}{\overline{\overline{SF'}}} < 0$$

Foyers réels

•Miroir convexe est divergent avec une vergence positive, ses foyers sont virtuels.

$$V = \frac{1}{\overline{\overline{SF'}}} > 0$$

Foyers imaginaires



Il est à noter que ces formules sont des relations entre les positions et les dimensions de l'objet AB et de son image A'B'.

Elles sont établies et valables dans les conditions de l'approximation de Gauss.

Pour obtenir la relation de conjugaison, il suffit de considérer les points situés sur l'axe principal optique Δ du miroir.

Il est à souligner qu'il y a 3 expressions de la **relation de conjugaison**, reliant les abscisses du point **objet** **A** et de son **point image** **A'**, en utilisant trois origines différentes à savoir :

1. **le sommet S,**
2. **le centre C ,**
3. **le foyer objet F**

du miroir sphérique M.

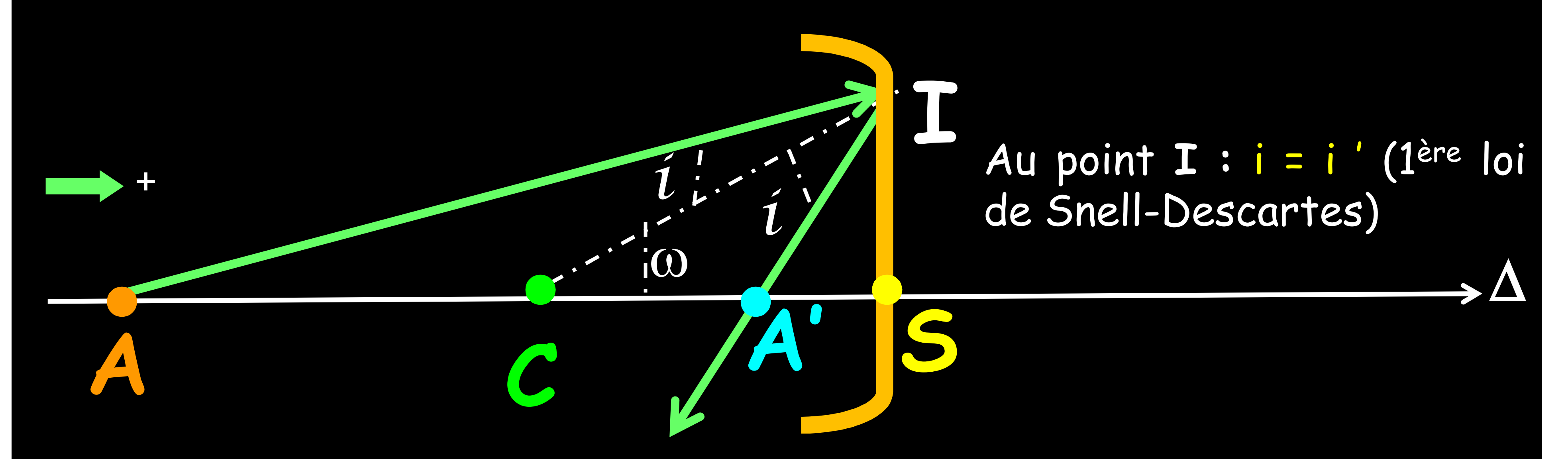
Relation de conjugaison :

Origine au sommet S :

Image + Objet = Instrument optique

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

origine de l'axe optique Δ est fixée au sommet S.

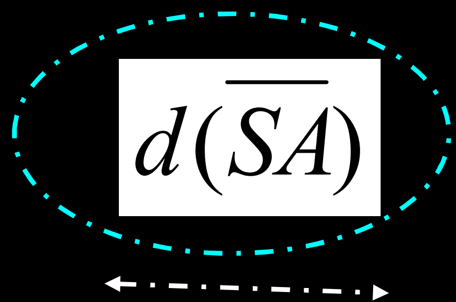


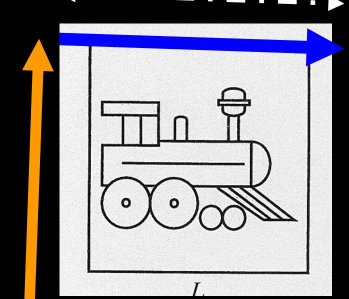
On appelle <u>grandissement linéaire</u> d'un miroir sphérique pour une position de l'objet AB, <u>le rapport</u> entre une dimension linéaire de l'image A'B' et celle de de l'objet AB.

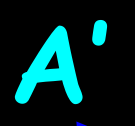
$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

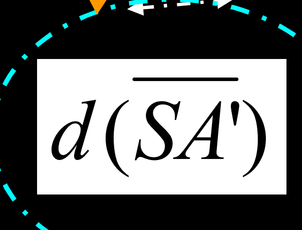
- Grandissement longitudinal

$$\gamma_{axial} = \frac{d\left(\overline{SA'}\right)}{d\left(\overline{SA}\right)}$$









Axial ou longitudinal

$$\gamma_a = \frac{d\left(\overline{SA'}\right)}{d\left(\overline{SA}\right)} = -\frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2} = -\gamma_t^2$$

transversal ou linéaire

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

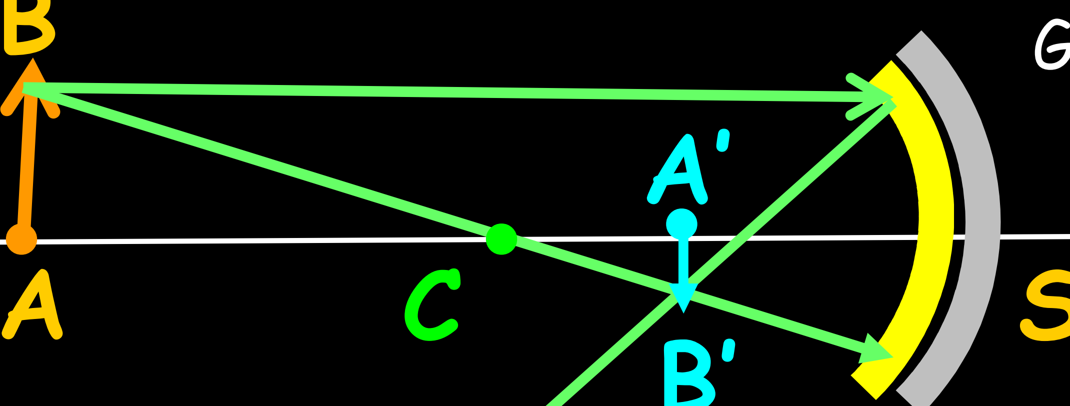
Origine au centre C :

Les positions de AB et de son image A'B' sont liées par la relation définie comme suit :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

Grandissement transversal



Δ

Origines aux foyers. Formules de Newton

En prenant pour **origine le foyer** F, les quatre points F, S, A et A' sont liés par les relations suivantes :

$$\overline{F'A'}.\overline{FA} = \overline{F'S}.\overline{FS} = \overline{FA'}.\overline{FA} = \overline{FS}^2$$

$$\gamma_{transversal} = -\frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}}$$

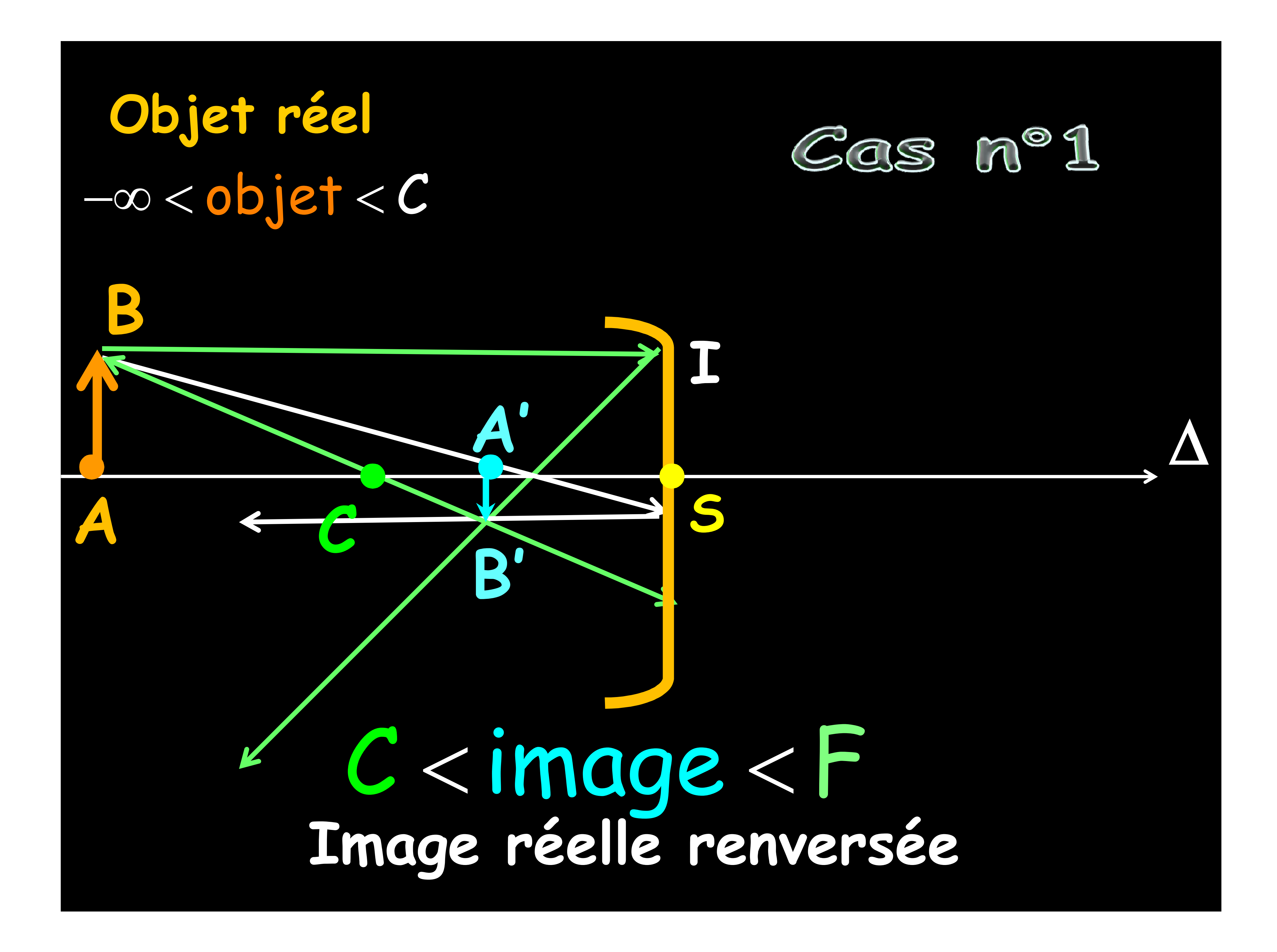
Grandissement transversal

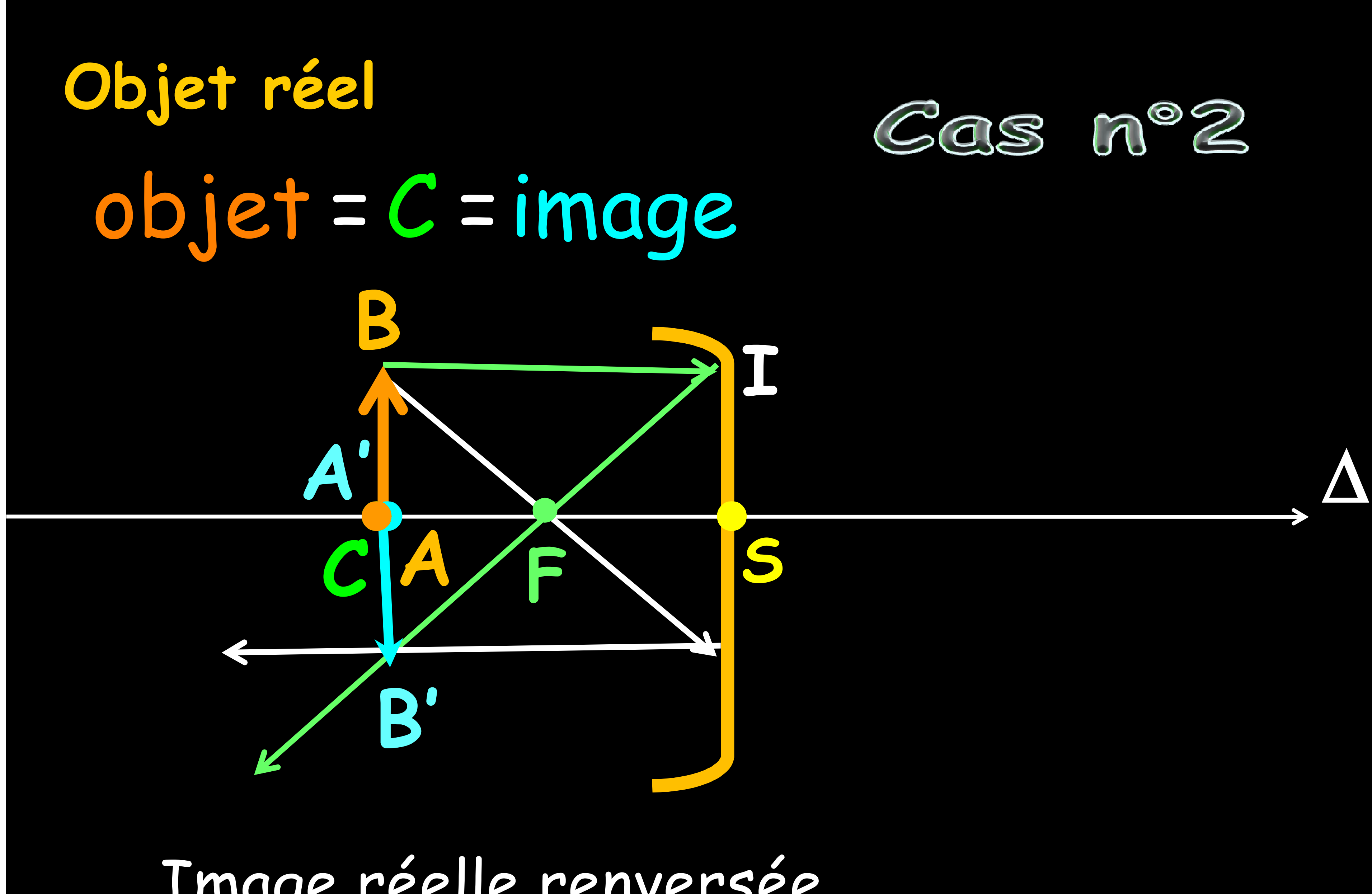
Les formules de Newton

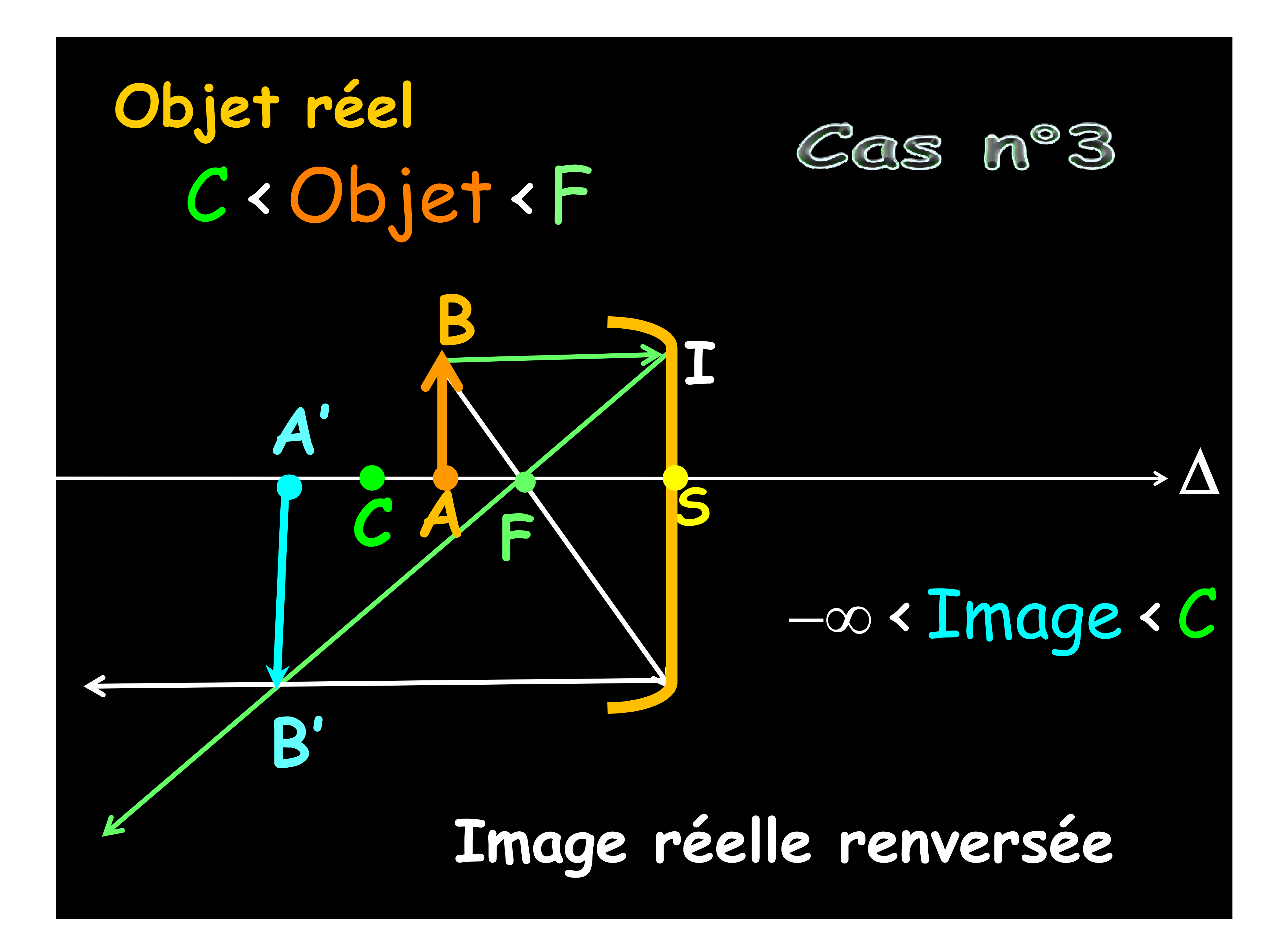
construction d' image

utilisation au moins de 2 sur 3 rayons particuliers

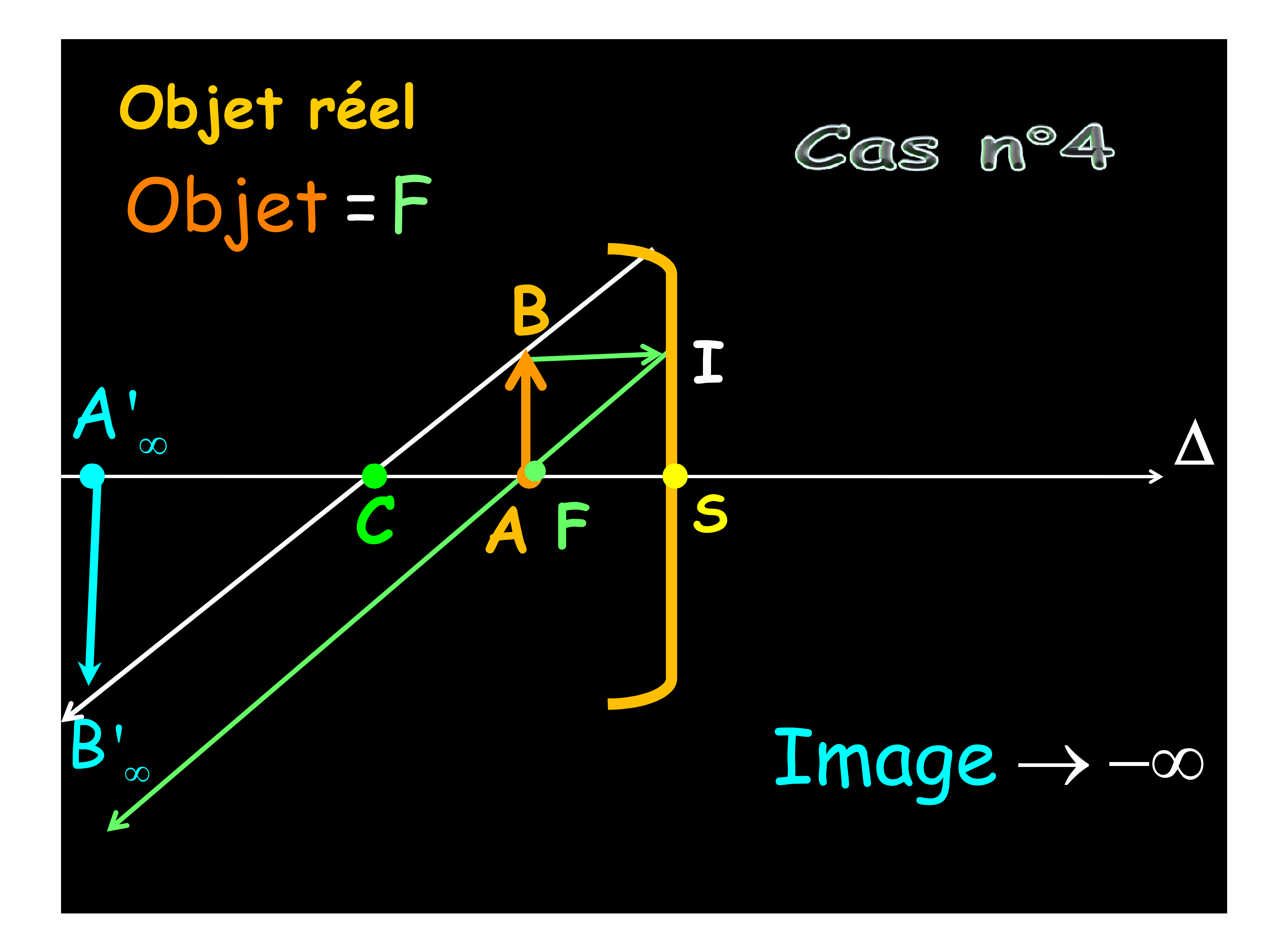
- tout rayon passant par le centre du dioptre n'est pas dévié
- tout rayon passant par F ressort // à l'axe optique Δ
- tout rayon // à l'axe optique Δ passe par F'

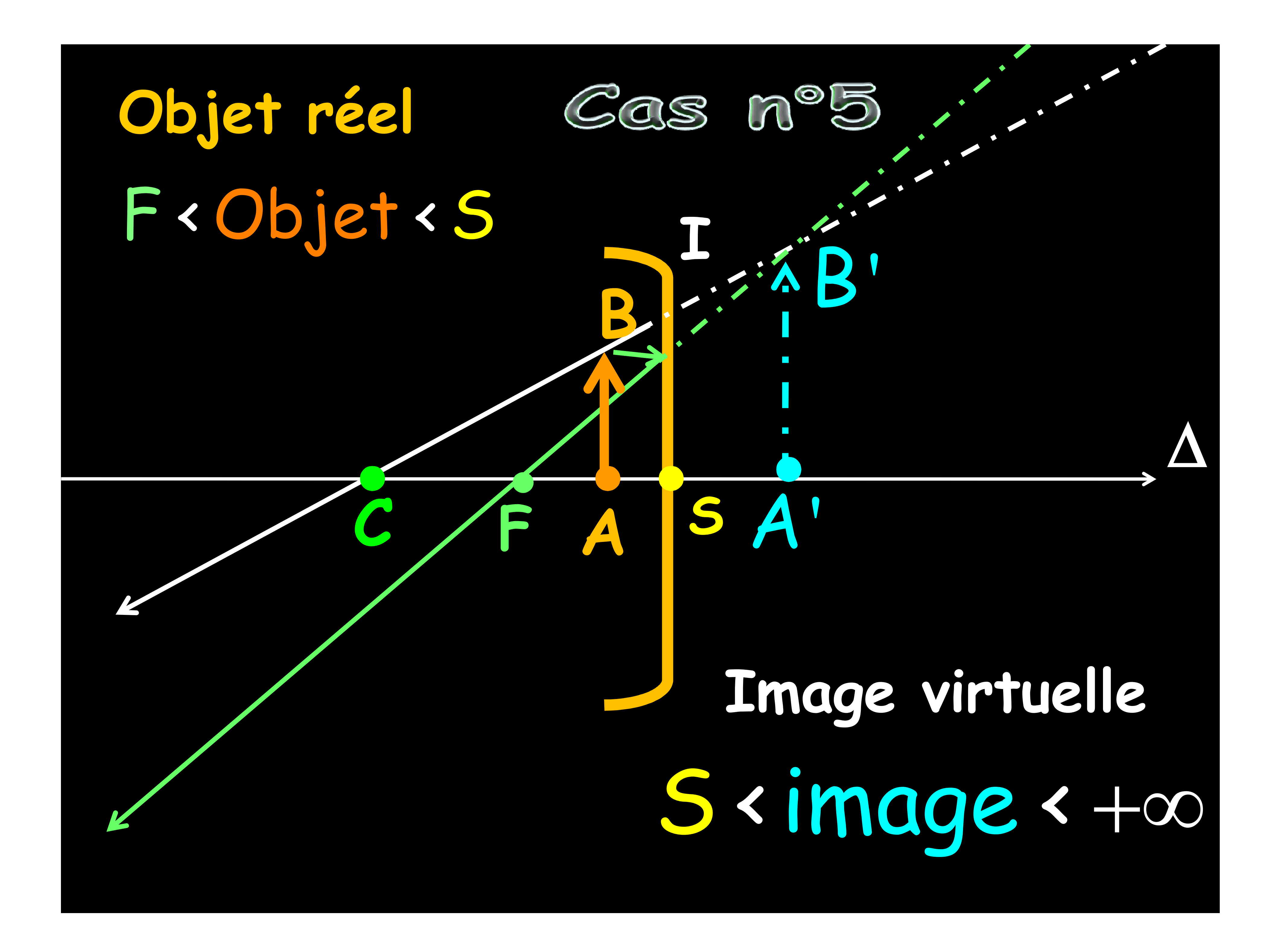

Objet réel
Cas n°1
$-\infty <$ objet $< C$
B
I
A'
Δ
A
C
S
B'
$C <$ image $< F$
Image réelle renversée

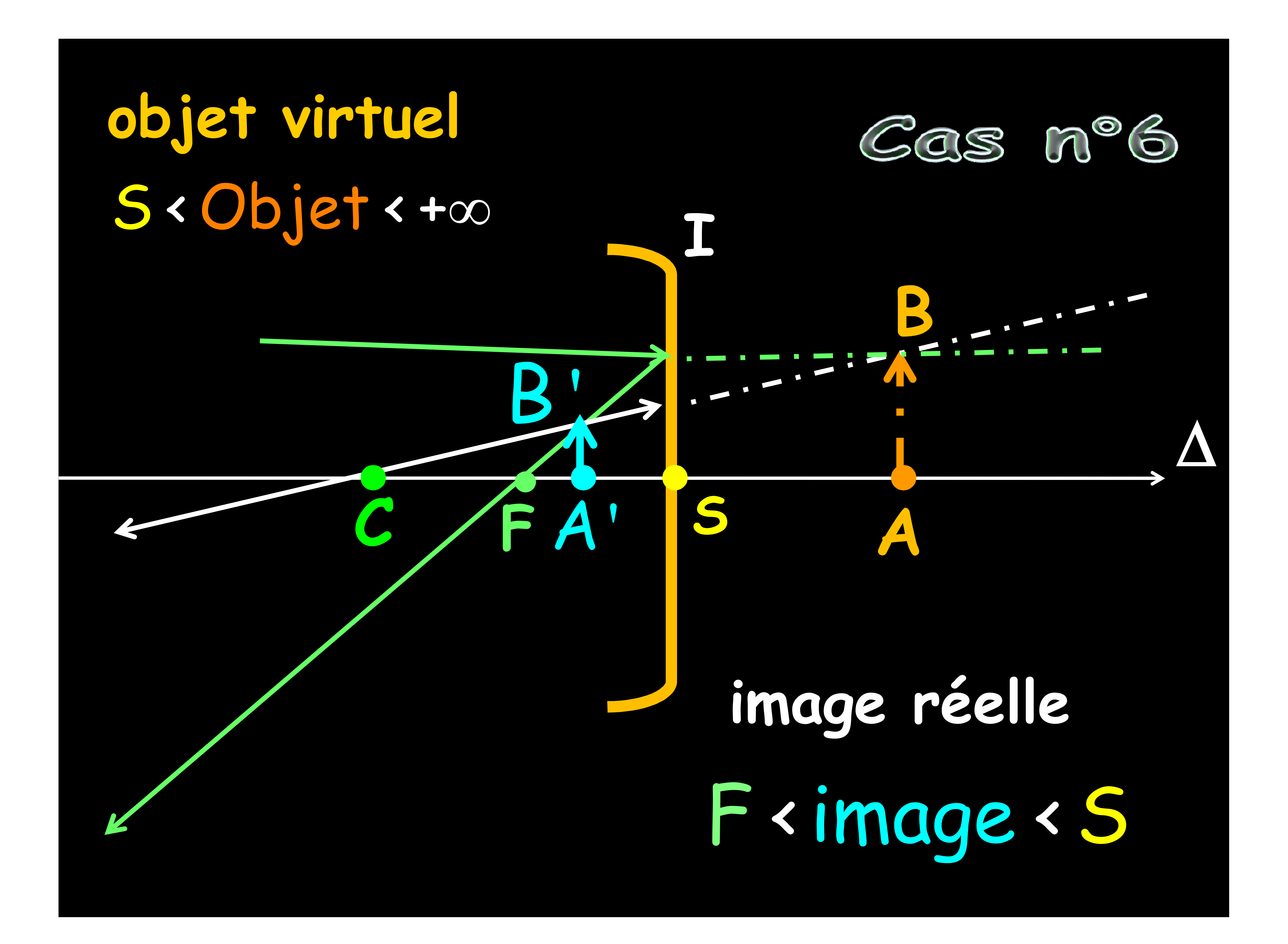

Objet réel
Cas n°2
objet = C = image
B
I
A'
Δ
C
A
F
S
B'
Image réelle renversée



Objet réel
C < Objet < F
Cas n°3
B
I
A'
C
A
F
S
Δ
−∞ < Image < C
B'
Image réelle renversée


Objet réel
Cas n°4
Objet = F
B
I
A'∞
Δ
C
A F
S
B'∞
Image → −∞


Objet réel
Cas n°5
F < Objet < S
I
B
B'
Δ
C
F
A
S
A'
Image virtuelle
S < image < +∞

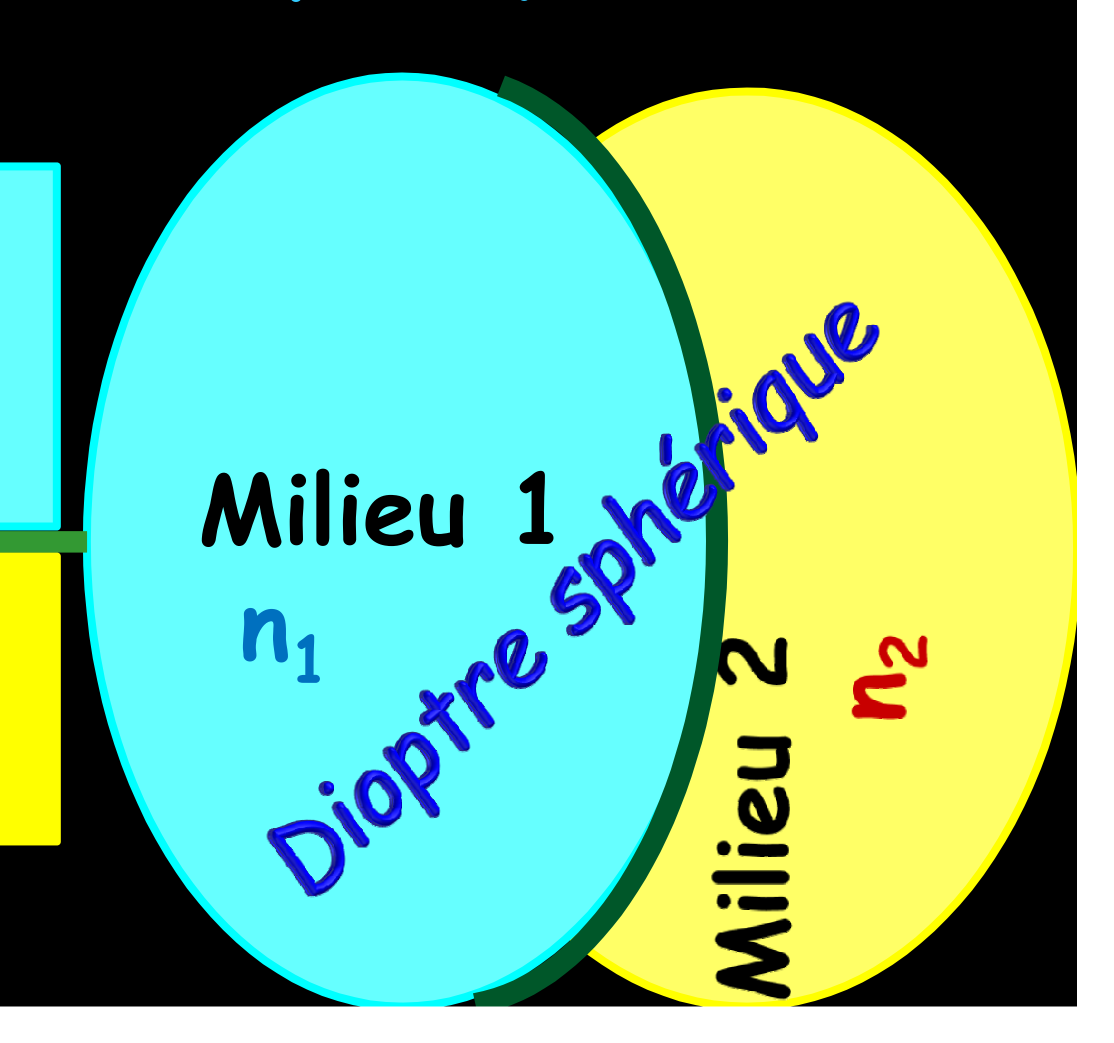

objet virtuel
Cas n°6
S < Objet < +∞
I
B
B '
Δ
C
F
A '
S
A
image réelle
F < image < S

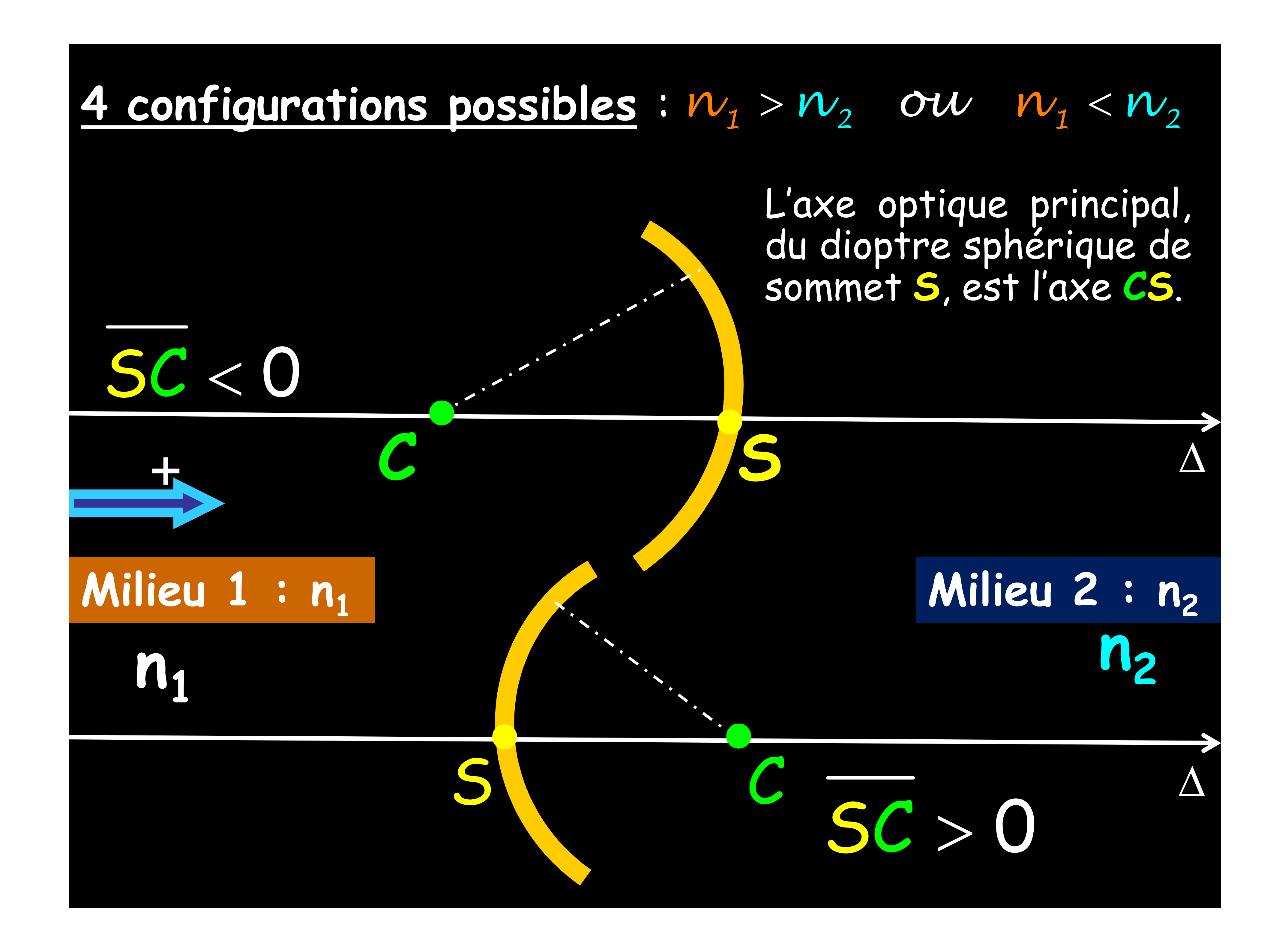
Définition : Un dioptre sphérique est un ensemble de <u>deux milieux homogènes</u> d'indices de réfraction différents n_1 et n_2, séparés par une surface sphérique.

Milieu 1 d'indice de réfraction n_1

Dioptre plan

Milieu 2 d'indice de réfraction n_2

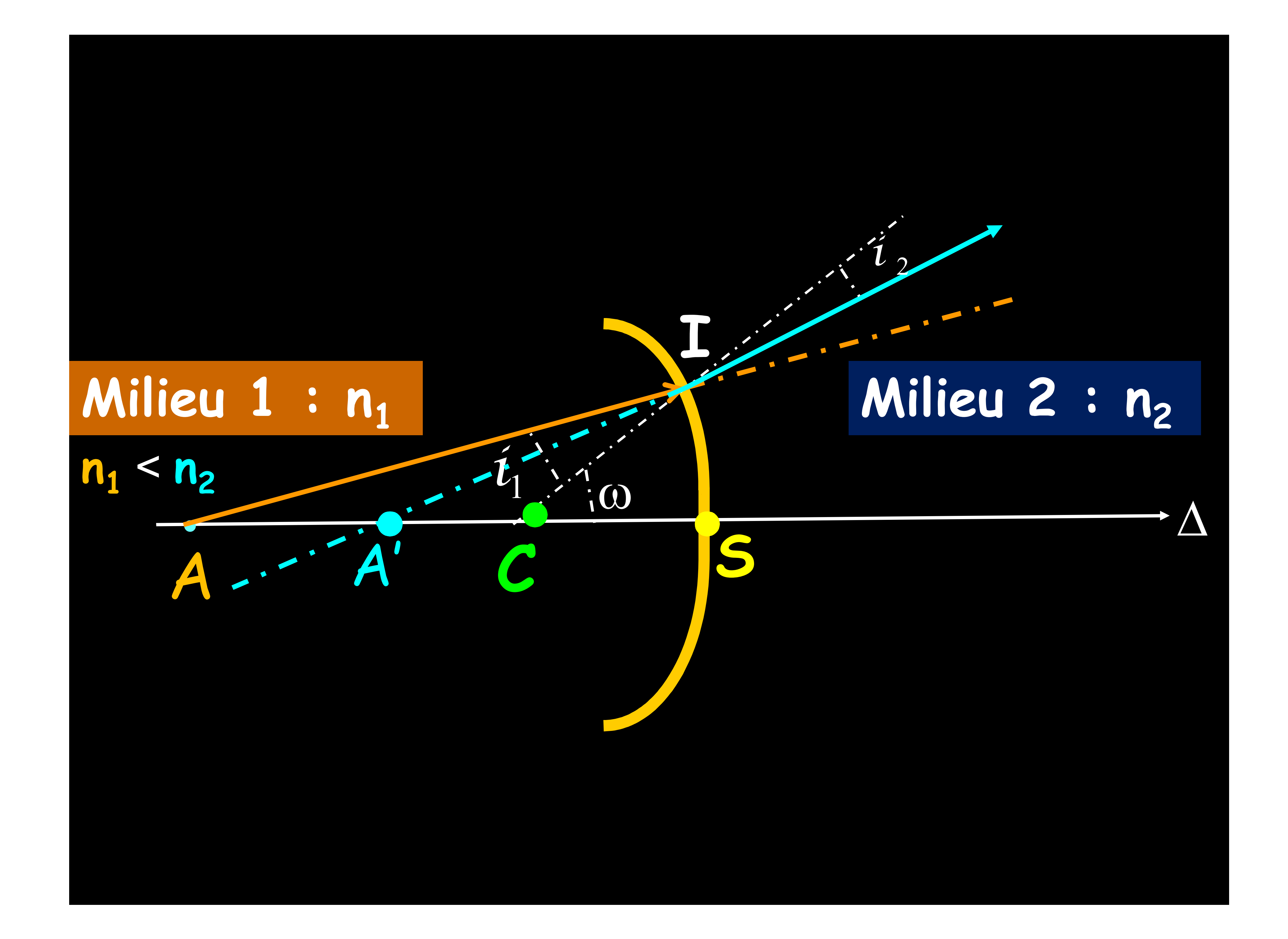




4 configurations possibles : $n_1 > n_2$ ou $n_1 < n_2$
L'axe optique principal, du dioptre sphérique de sommet S, est l'axe CS.
$\overline{SC} < 0$
C
S
Δ
+
Milieu 1 : n_1
Milieu 2 : n_2
n_1
n_2
S
C
Δ
$\overline{SC} > 0$

Relations de conjugaison

Établissons ces équations dans les conditions de l'approximation de Gauss. Autrement dit on ne considère qu'un pinceau lumineux dont le rayon moyen lui est normal, c'est-à-dire formé de rayons paraxiaux.



Milieu 1 : n_1
Milieu 2 : n_2
$n_1 < n_2$
I
i_1
i_2
ω
A
A'
C
S
Δ

Origine au **sommet S** :

Image **Objet** = **Instrument optique**

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Relation de conjugaison d'un dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2). **Formule de Descartes**

Origine au **centre C**

Il peut être commode de prendre le **centre C** <u>comme origine</u> de l'axe Δ ; dans ce cas **<u>la formule de conjugaison</u>** d'un dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2).

$$\frac{n_1}{\overline{CA'}} - \frac{n_2}{\overline{CA}} = \frac{(n_1 - n_2)}{\overline{CS}}$$

Origine au **aux foyers**

Il peut être commode de prendre les **foyers** comme origine de l'axe Δ ; dans ce cas **la formule de conjugaison** d'un dioptre sphérique (**S**, **C**, n_1, n_2).



$$\overline{F'A'}.\overline{FA} = \overline{SF'}.\overline{SF}$$

Formule de Newton

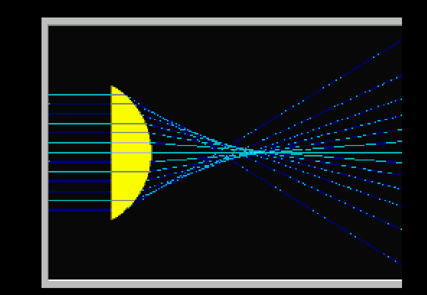
Foyers. Convergence

FOYERS, CONVERGENCE

Foyer image

Si le point objet A s'éloigne à l'infini, son conjugué est le **foyer image** F' du dioptre sphérique.

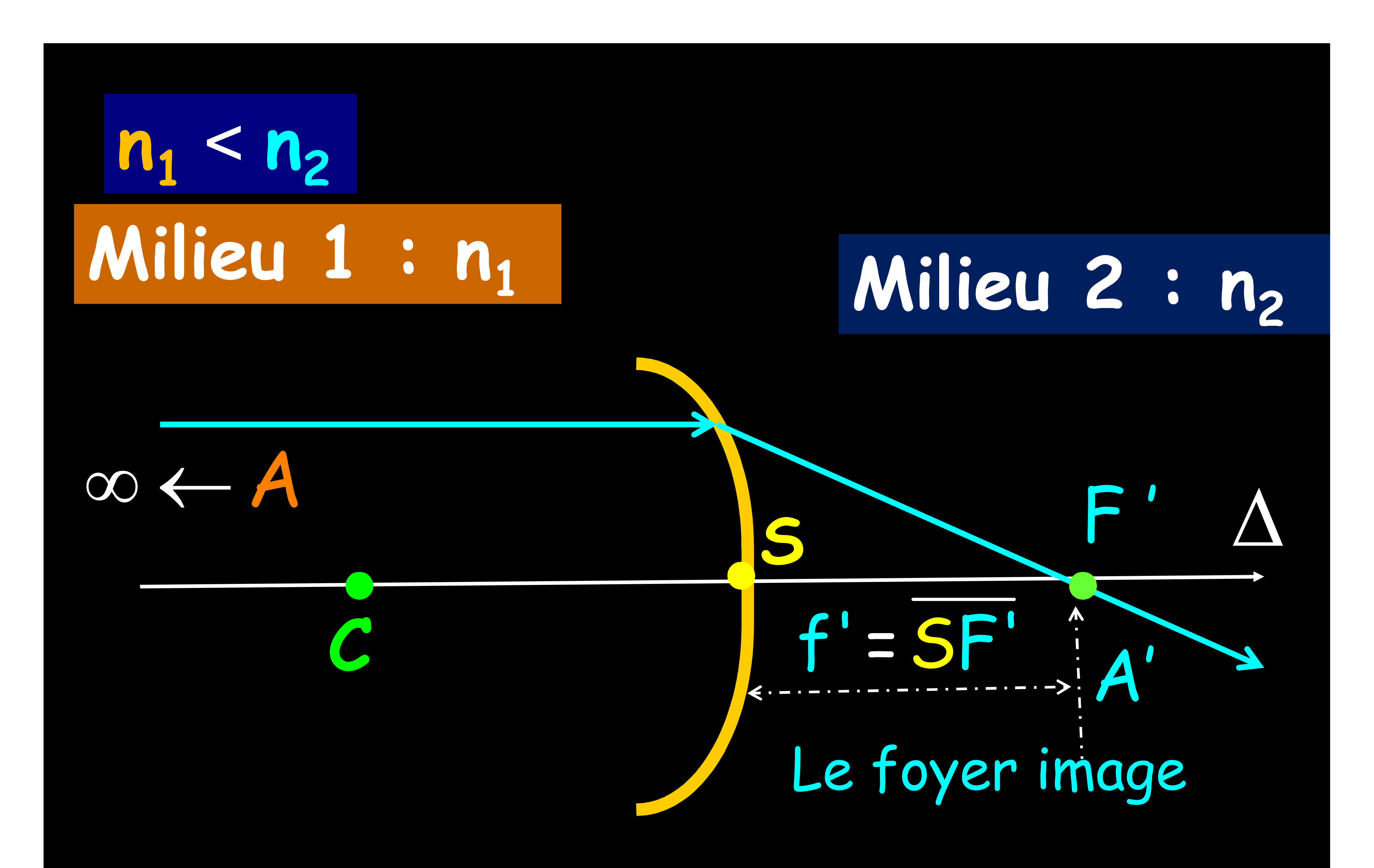
$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$



Si $A \rightarrow \infty$, alors $A' \rightarrow F'$, $-\left(\frac{n_2}{\overline{SF'}}\right) = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{-R.n_2}{(n_1 - n_2)}$$

La distance focale image du dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2).



Le point source A, situé à l'infini, est conjugué avec le foyer image F '

Foyer objet :

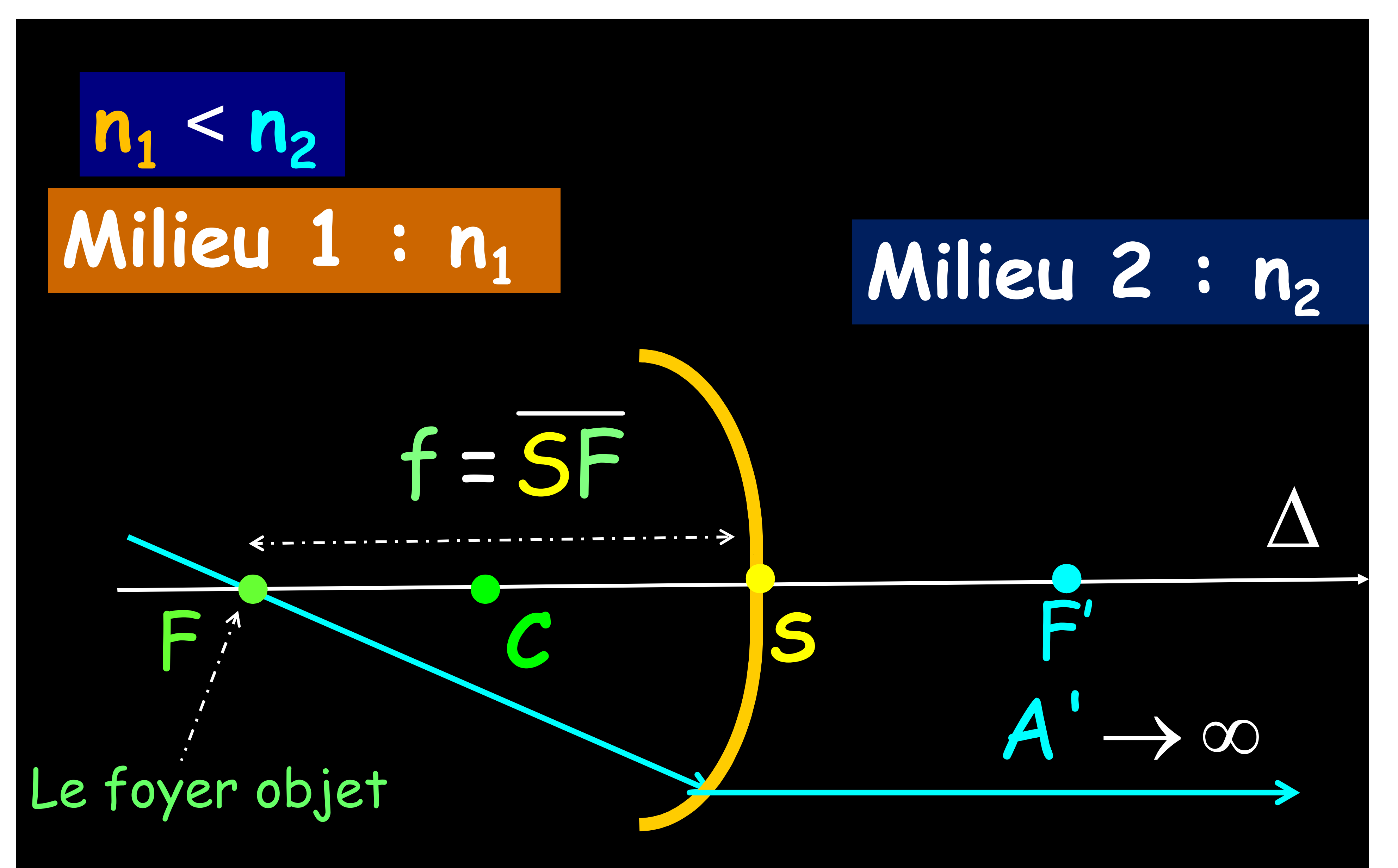
Quand le point objet A est situé en F, l'image A' est à l'infini. Le point F est le foyer objet. la distance focal objet est alors :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Si $A \to F$, alors $A' \to \infty$, $\left(\frac{n_1}{\overline{SF}}\right) = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$

$$f = \overline{SF} = \frac{R.n_1}{(n_1 - n_2)}$$

La distance focale objet du dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2).



Le point source A, situé au foyer objet F, est conjugué avec son point image A' rejeté à l'infini.

$$f = \overline{SF} = \frac{R.n_1}{(n_1 - n_2)}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{-R.n_2}{(n_1 - n_2)}$$

SF et SF' sont de signes opposés. F et F' même nature, les 2 sont réels ou les 2 virtuels. Chaque foyer se situe dans un milieu. F et F' sont toujours de part et d'autre de S.

$$\frac{\overline{SF'}}{\overline{SF}} = \frac{f'}{f} = -\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

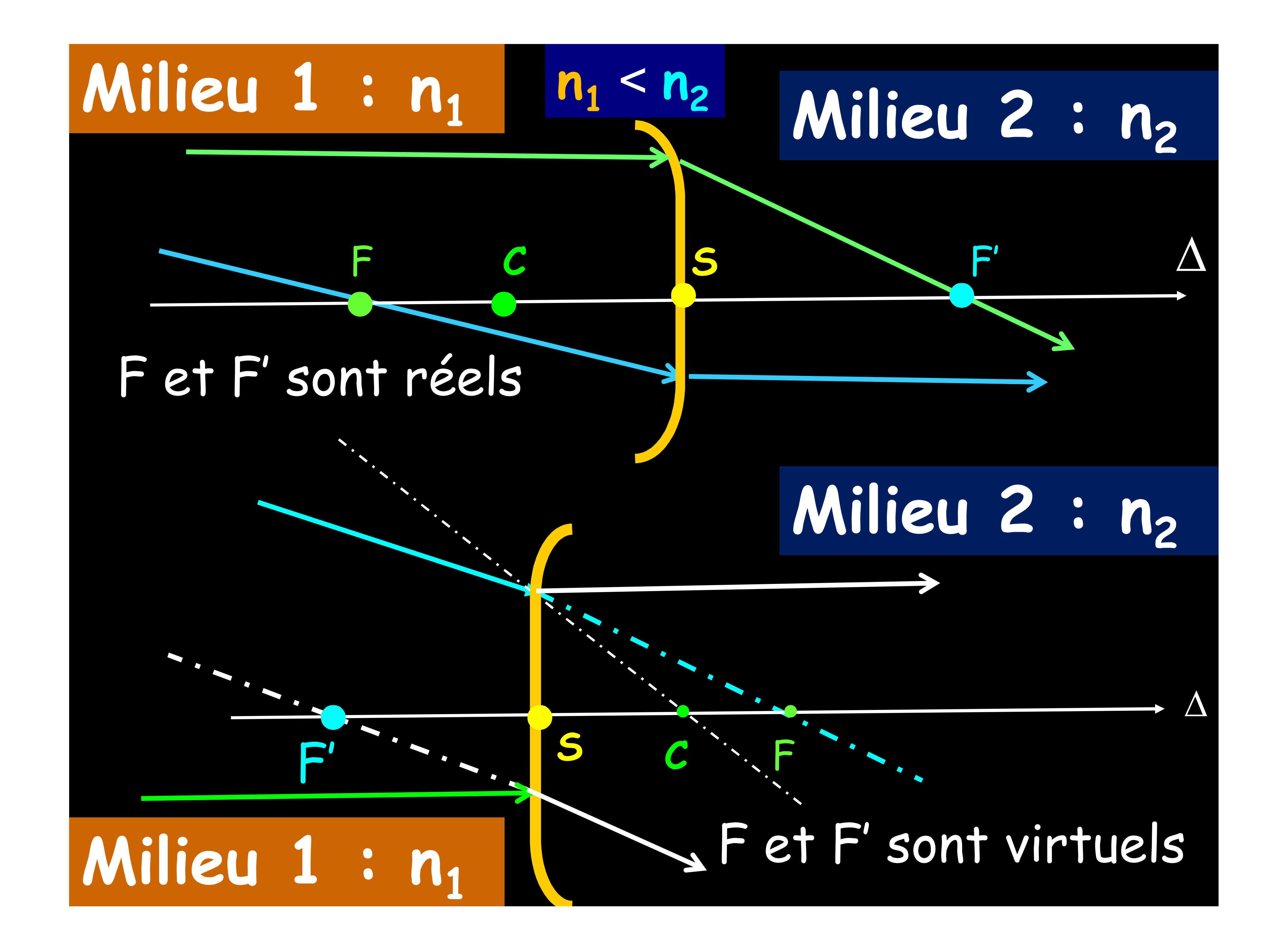
Le rapport des distances focales f et f' d'un dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2) est égal au rapport des indices changé de signe.

$$f = \overline{SF} = \frac{R.n_1}{(n_1 - n_2)}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{-R.n_2}{(n_1 - n_2)}$$

$$f + f' = R.\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 - n_2}\right) = R \Rightarrow \overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC}$$

Contrairement au miroir sphérique, il n'y a jamais de foyer entre S et C, pour un dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2). .


Milieu 1 : n_1
$n_1 < n_2$
Milieu 2 : n_2
F
C
S
F'
Δ
F et F' sont réels
Milieu 2 : n_2
Δ
F'
S
C
F
Milieu 1 : n_1
F et F' sont virtuels

Exercice 13

$$A_0 \xrightarrow[(S_1,\infty,n_0,n_1)]{\Sigma_1(\text{plan})} A_1 \xrightarrow[(S_2,C_2,n_1,n_0)]{\Sigma_2} A_2$$

1)

$$\frac{n_1}{\overline{S_1A_1}} - \frac{n_0}{\overline{S_1A_0}} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{n_2}{\overline{S_2A_2}} - \frac{n_1}{\overline{S_2A_1}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{S_2C_2}}$$

2)

•En considérant que $\mathcal{L}$ est une lentille mince, c'est-à-dire que son épaisseur est négligeable devant le rayon R_2, ce qui permet d'écrire :

$$S_1 = S_2 = S$$

Par conséquent ; la relation de conjugaison globale entre l'objet A_0 et son image finale A_2 s'exprime comme suit :

$$\frac{n_2}{\overline{SA_2}} - \frac{n_0}{\overline{SA_0}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC_2}}$$

3a) En supposant que $n_2 < n_1$: $\begin{cases} A_0 \to -\infty \Rightarrow A_2 \to F' \Rightarrow & \boxed{\overline{SF'} = \dfrac{n_2.\overline{SC_2}}{n_2 - n_1} < 0} \\ A_2 \to +\infty \Rightarrow A_0 \to F \Rightarrow & \boxed{\overline{SF} = -\dfrac{n_0.\overline{SC_2}}{n_2 - n_1} > 0} \end{cases}$

$n = n_1 = 1{,}5$; $R_2 = 10$ cm et $n_0 = n_2 = 1$ $\boxed{\overline{SF'} = \dfrac{1.10}{1-1{,}5} = -20\text{cm} \quad \overline{SF} = -\dfrac{1.10}{1-1{,}5} = +20\text{cm}}$

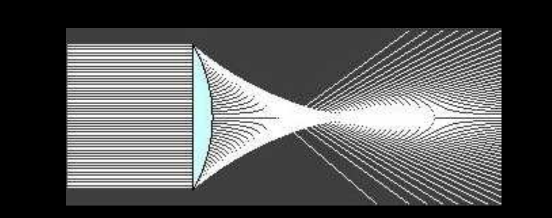
3b) Les deux foyers sont alors virtuels, il s'agit bien d'une lentille divergente.

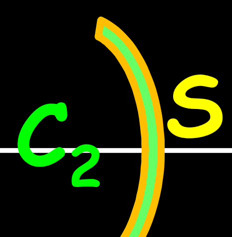
3c) $\boxed{\dfrac{\overline{SF'}}{\overline{SF}} = \dfrac{f'}{f} = \dfrac{\dfrac{n_2.\overline{SC_2}}{n_2 - n_1}}{-\dfrac{n_0.\overline{SC_2}}{n_2 - n_1}} = -\dfrac{n_2}{n_0}}$

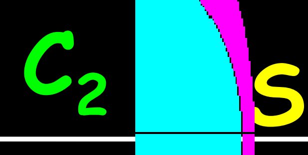
$$\frac{n_2}{\overline{SA_2}} - \frac{n_0}{\overline{SA_0}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC_2}}$$

4) $\Rightarrow \boxed{V = \dfrac{n_2 - n_1}{\overline{SC_2}} = \dfrac{1-n}{\overline{SC_2}} = \dfrac{1-n}{R} = \dfrac{1-1{,}5}{10.10^{-2}} = -5\delta}$

Dioptre convergent



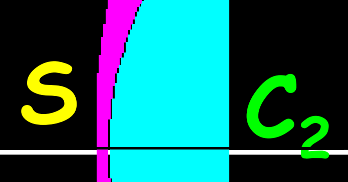




$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1-n}{\overline{SC_2}} = \frac{1-n}{R} = \frac{1}{1m} = 1\delta \Rightarrow \boxed{\overline{SC_2} = R = \frac{1-n}{V} = \frac{1-1{,}5}{1} = -50cm}$$

Fin de l'exercice 12





Dioptre divergent

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1-n}{\overline{SC_2}} = \frac{1-n}{R} = -5\delta \Rightarrow \boxed{\overline{SC_2} = R = \frac{1-n}{V} = \frac{1-1{,}5}{-5} = +10cm}$$

vergence

$$f = \overline{SF} = \frac{R.n_1}{(n_1 - n_2)}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{-R.n_2}{(n_1 - n_2)}$$

$$V = \frac{n_2}{\overline{SF'}} = -\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

$V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} > 0$ alors V : convergence

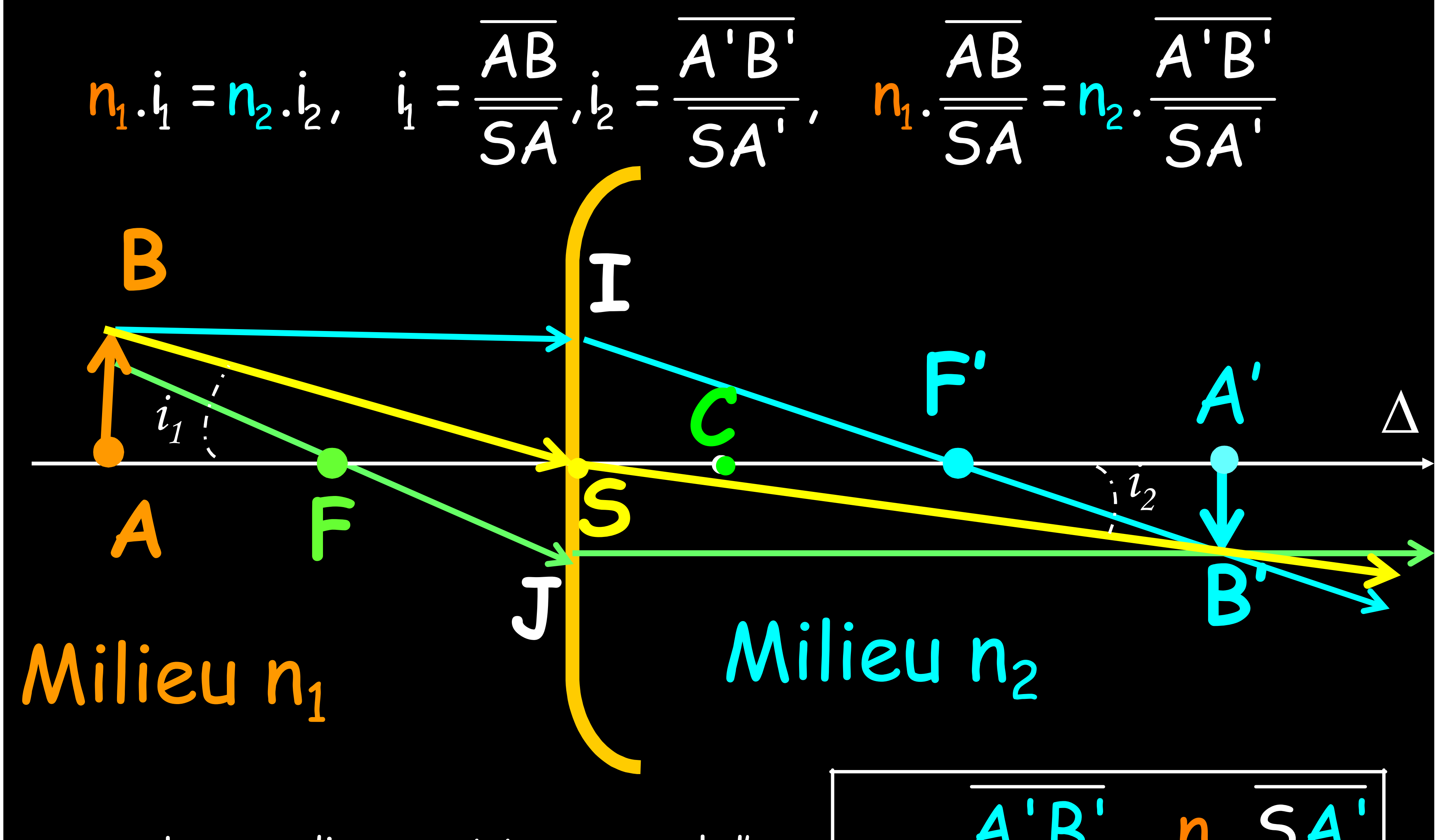
$V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} < 0$ alors V : divergence

❖ Un dioptre sphérique est convergent si les deux foyers F et F' sont réels $\overline{SF'} > 0$ et $V > 0$

❖ Le centre C d'un dioptre sphérique convergent est situé dans le milieu le plus réfringent (indice de réfraction le plus grand).

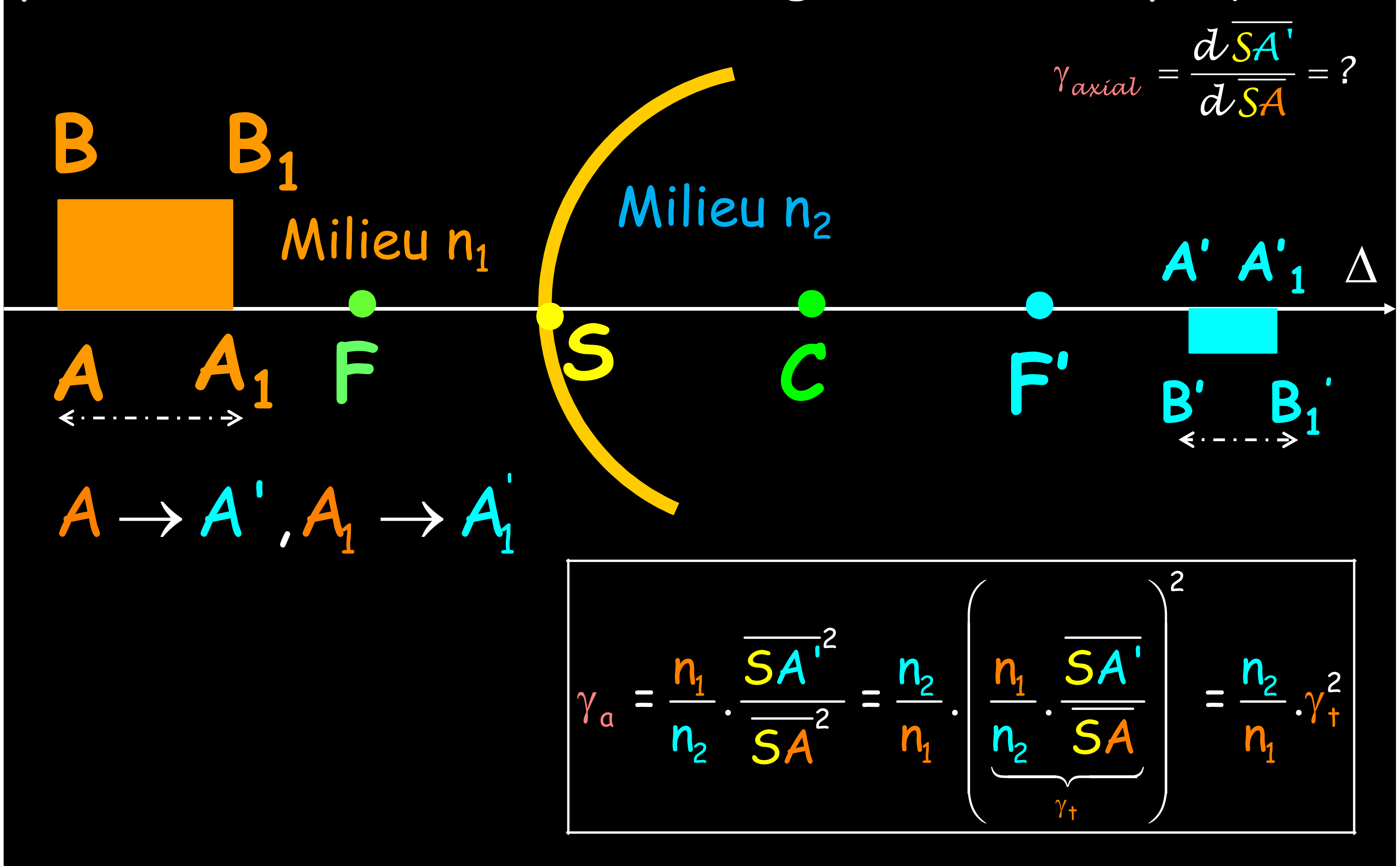
❖ Un dioptre sphérique est divergent si les deux foyers F et F' sont virtuels $\overline{SF'} < 0$ et $V < 0$

❖ le centre C d'un dioptre sphérique divergent est situé dans le milieu moins réfringent (indice de réfraction le plus grand).



Le grandissement transversal d'un dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2)

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

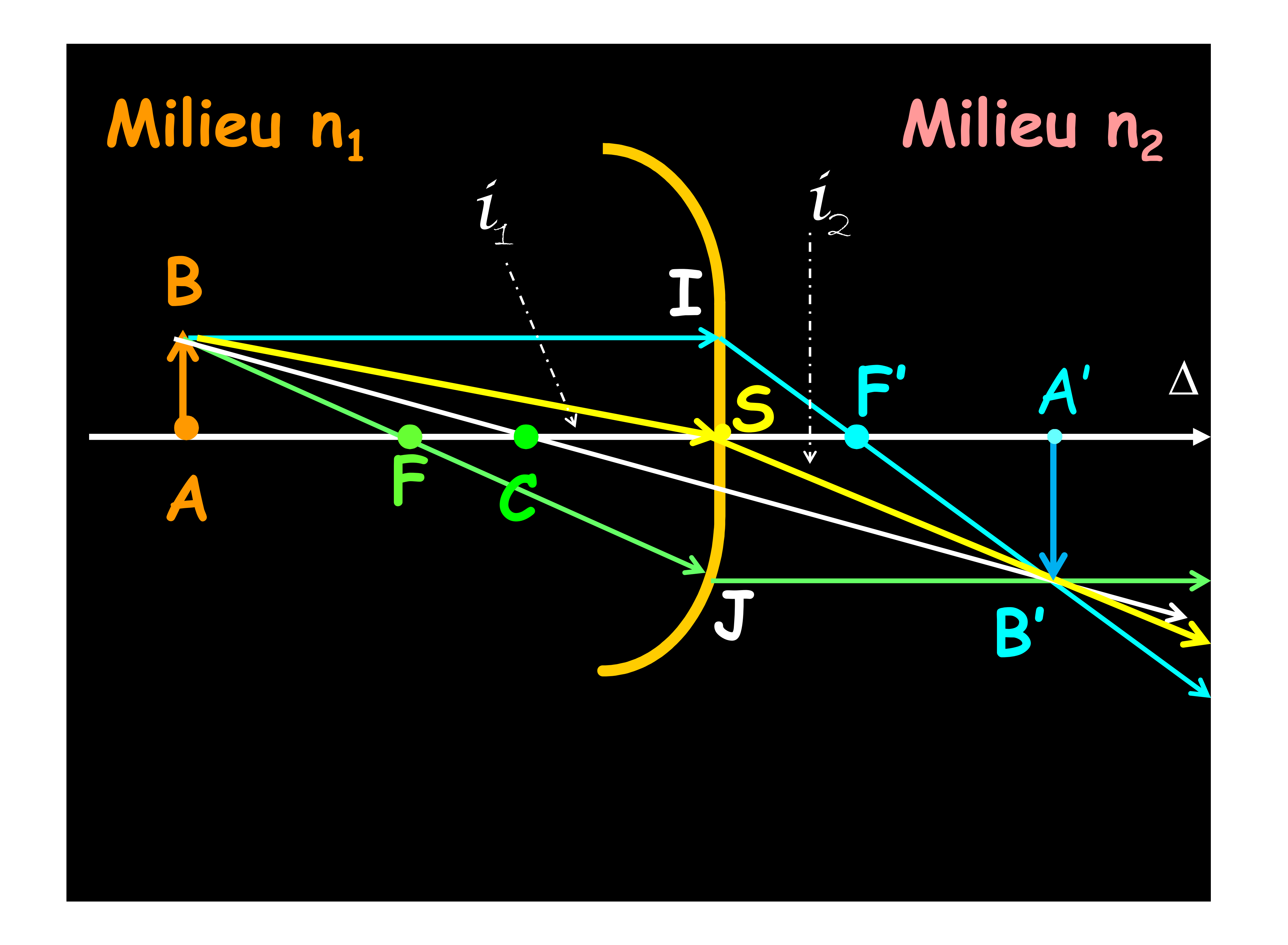

Grandissement axial ou longitudinal, pour un objet présentant une structure allongée sur l'axe optique Δ.
$\gamma_{axial} = \frac{d\overline{SA'}}{d\overline{SA}} = ?$
B
B1
Milieu n1
Milieu n2
A' A'1
Δ
A A1 F S C F'
B' B1'
$A \rightarrow A', A_1 \rightarrow A_1'$
$\gamma_a = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(\underbrace{\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}_{\gamma_t} \right)^2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \gamma_t^2$



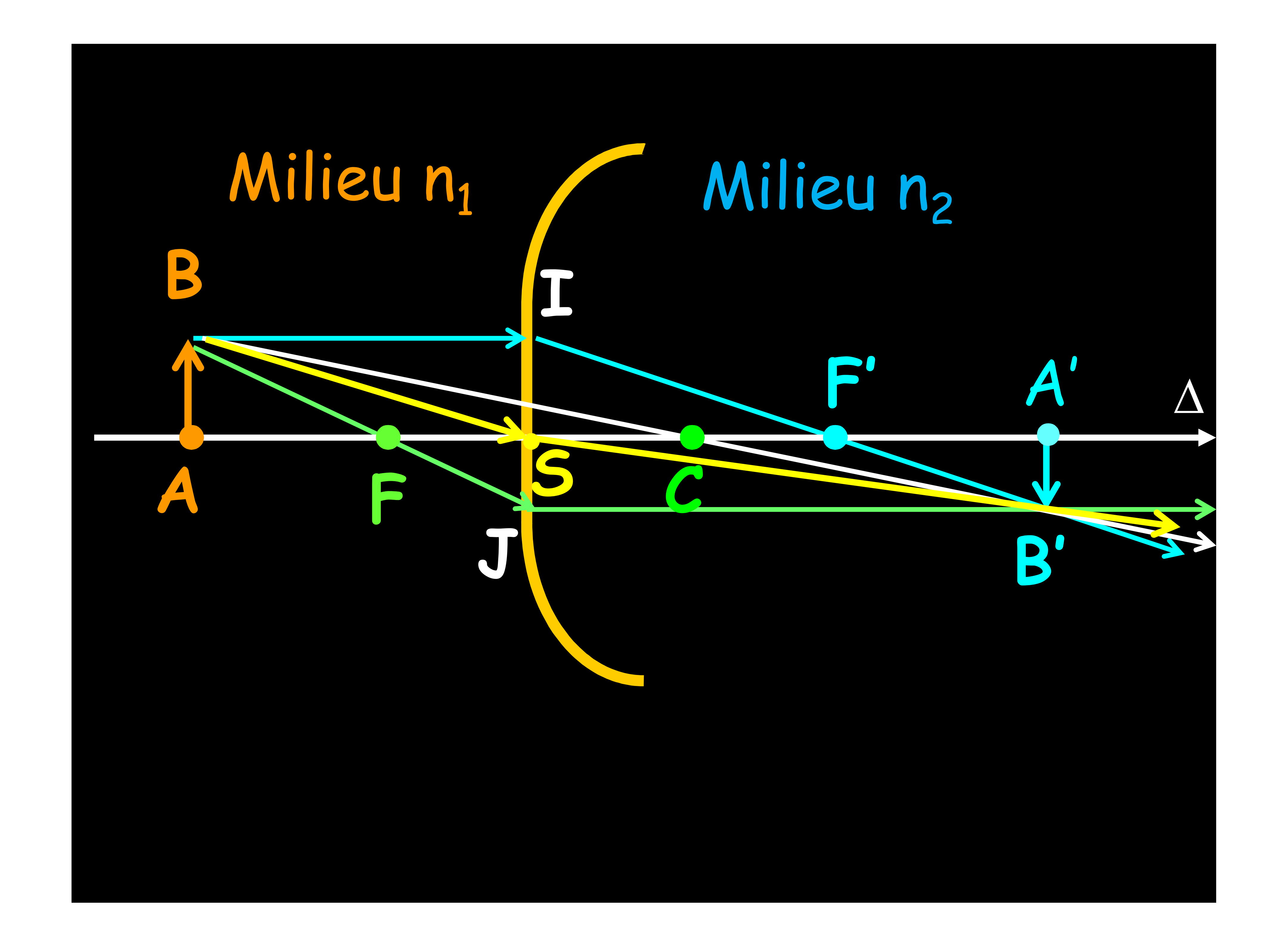
utilisation les rayons particuliers suivants :

- tout rayon passant par le centre **C** du dioptre n'est pas dévié
- tout rayon passant par le foyer objet **F** ressort // à l'axe Δ
- tout rayon // à l'axe optique Δ passe par le foyer image **F'**
- Tout rayon passant par le sommet **S** se trouve dévié en respectant la loi de Snell-Descartes.

Il est à noter que seulement **2 rayons** parmi ces **4** sont suffisants pour construire une image



Milieu n_1
Milieu n_2
i_1
i_2
B
I
S
F'
A'
Δ
A
F
C
J
B'



Milieu n_1
Milieu n_2
B
I
F'
A'
Δ
A
F
S
C
J
B'



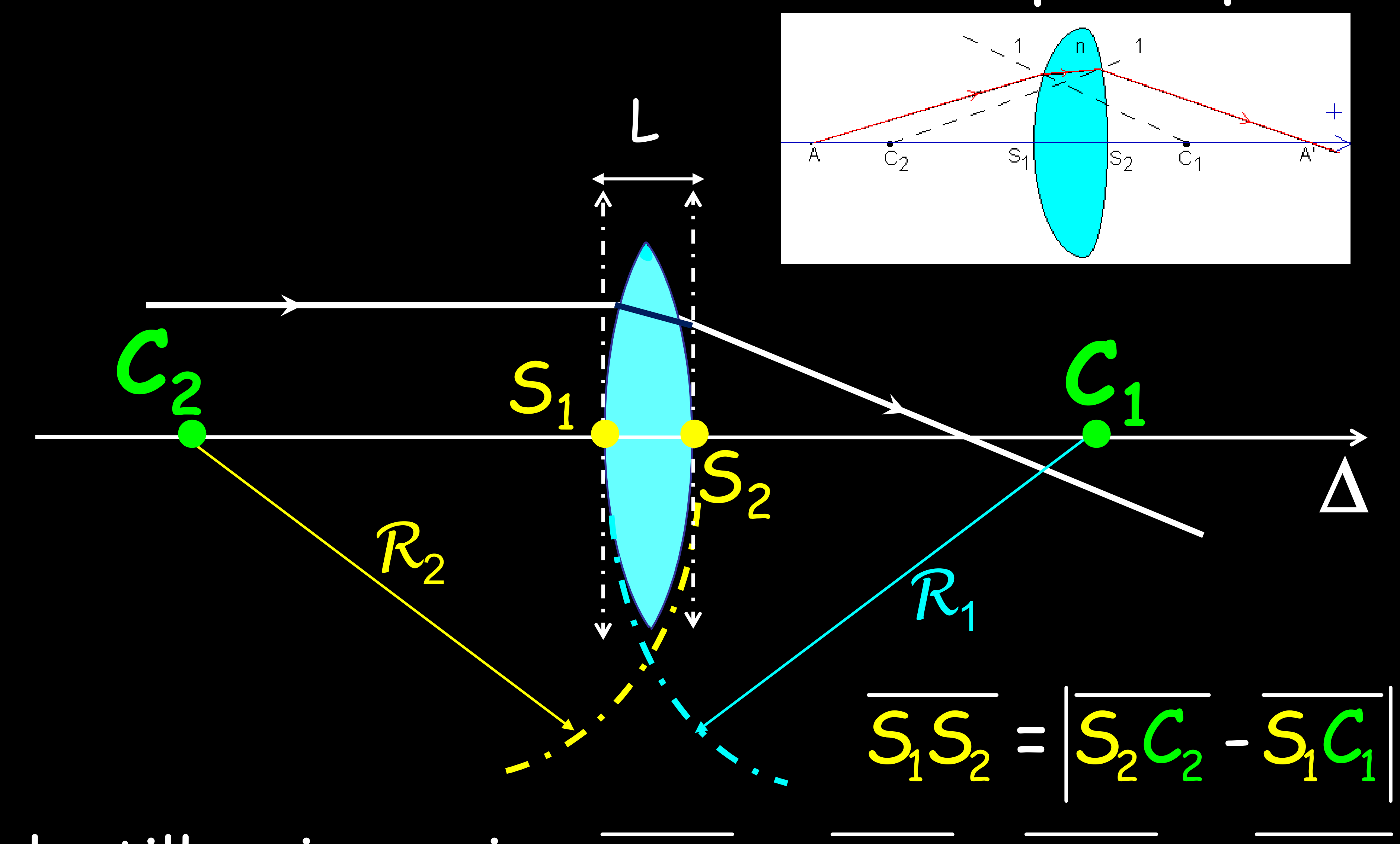
Définition : Une lentille est un <u>milieu transparent</u> limité par <u>deux calottes sphériques</u>, ou par <u>une calotte sphérique et une plane.</u>

$R_1 = \overline{S_1C_1}$

$R_2 = \overline{S_2C_2}$

S_2 n R_2

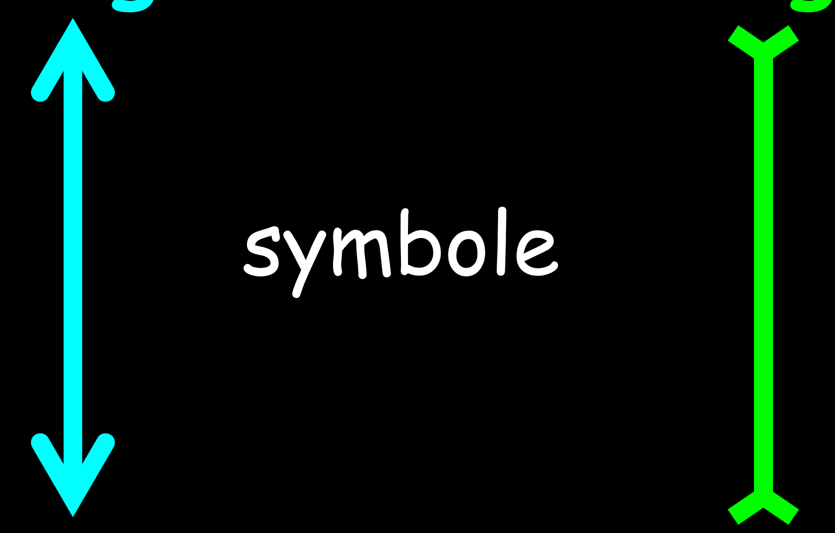
C_1 R_1 C_2 Δ



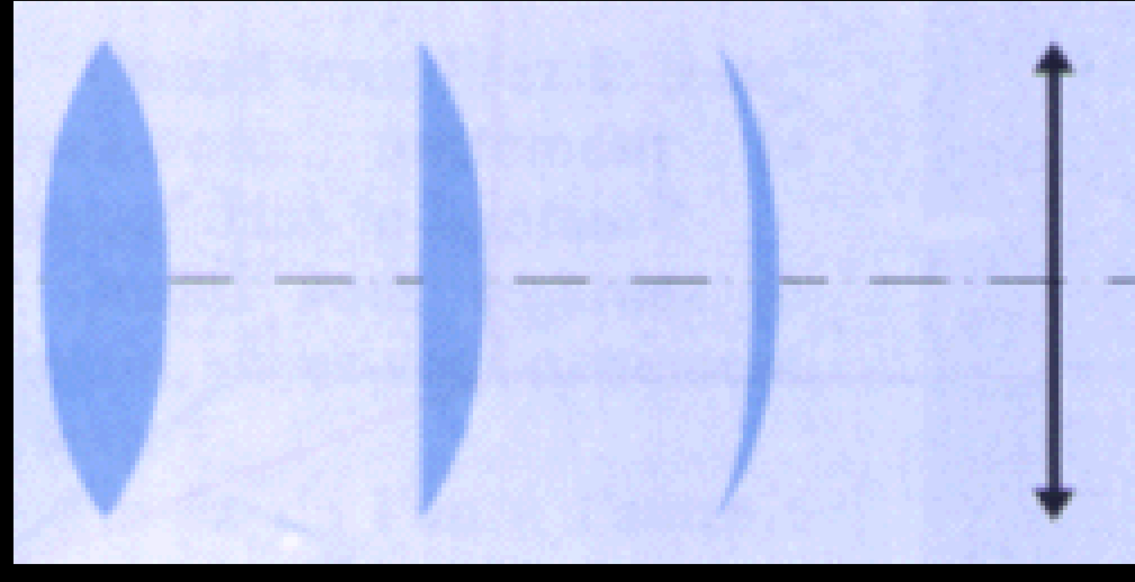
La lentille idéale : surfaces sphériques
1
n
1
A
C2
S1
S2
C1
A'
+
L
C2
S1
C1
S2
Δ
R2
R1
$\overline{S_1S_2} = \left|\overline{S_2C_2} - \overline{S_1C_1}\right|$
lentille mince si : $\overline{S_1S_2} \ll \overline{S_1C_1}$ $\overline{S_1S_2} \ll \overline{S_2C_2}$

Une lentille est dite mince quand son épaisseur, mesurée sur l'axe principal, est très petite comparée aux rayons de courbure.

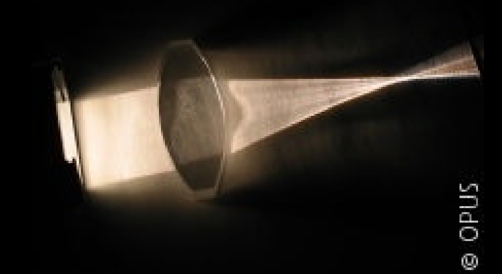
Par suite, nous représenterons **schématiquement** les lentilles à **bords minces** et à **bords épais**, respectivement **Convergente et Divergente**.



convergente



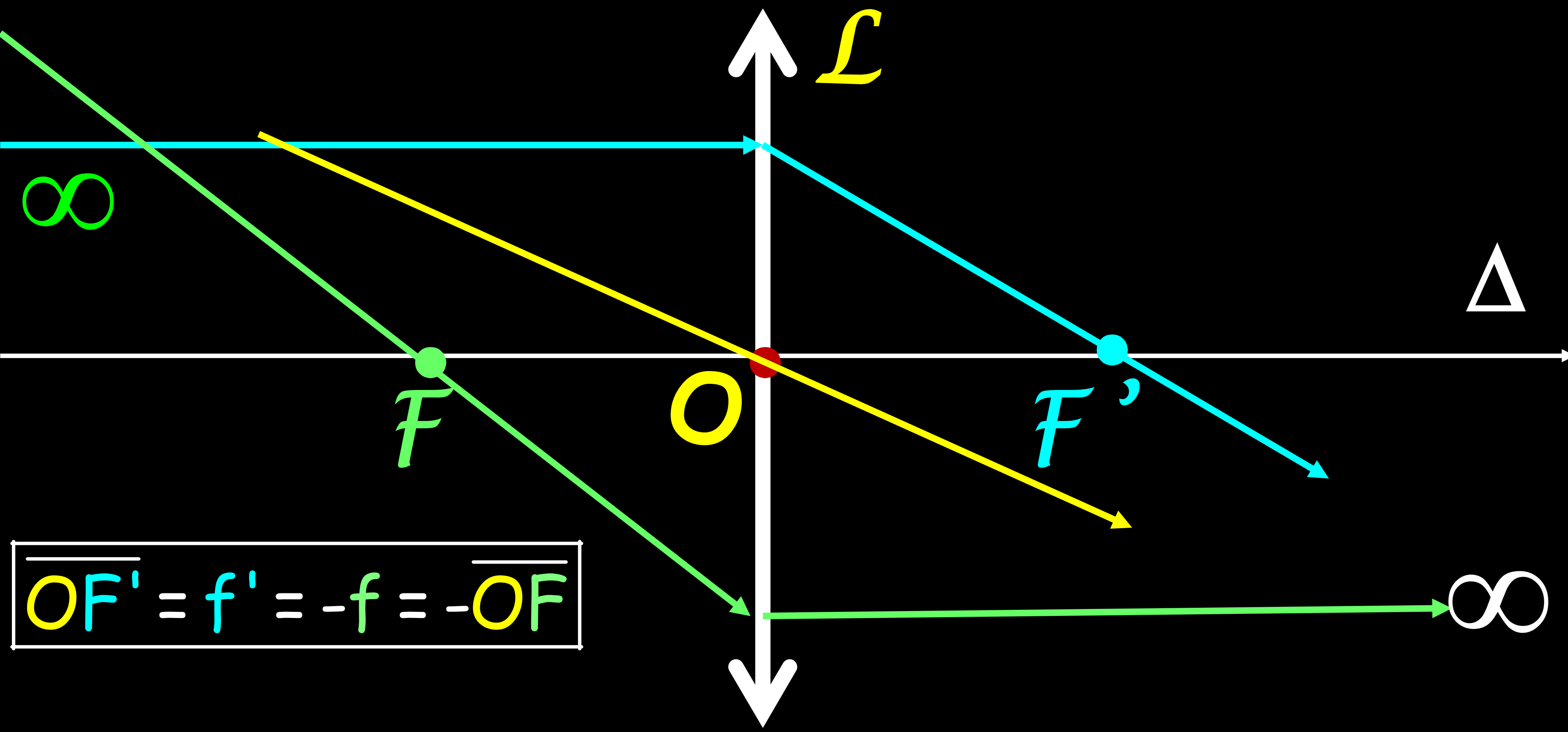
divergente



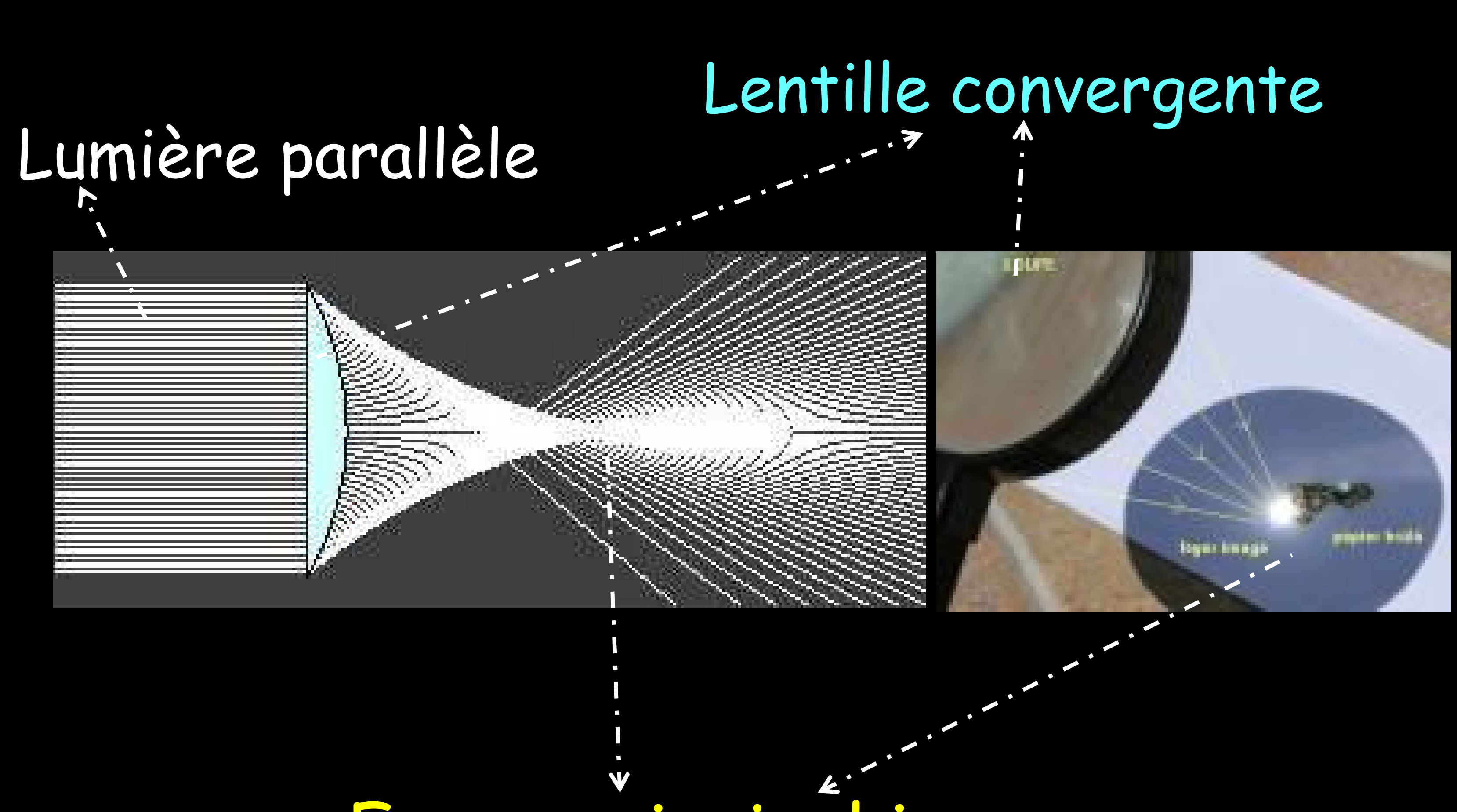
Lentille convergente :

- **Plans focaux** : Toute lentille mince **convergente**, quelle que soit sa forme, possède **deux foyers principaux réels**, **symétriques** par rapport au **centre optique O**.
- **Le premier** est le **foyer principal objet** et le **second** est le **foyer principal image**.

L'infini ∞ et le foyer principal image F' sont <u>conjugués</u> par la lentille $\mathcal{L}$

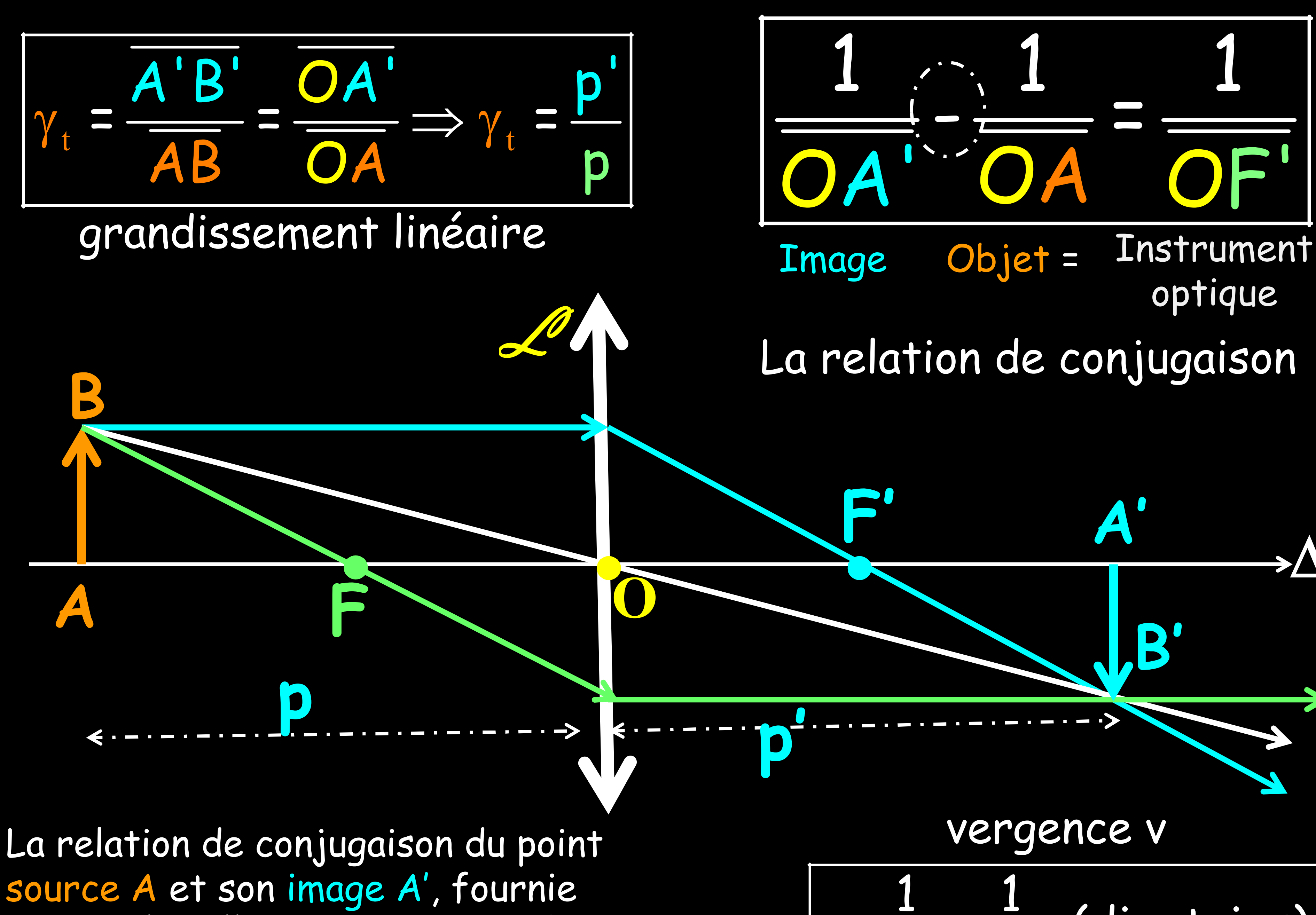


le foyer principal objet F et L'infini ∞ sont <u>conjugués</u> par la lentille $\mathcal{L}$



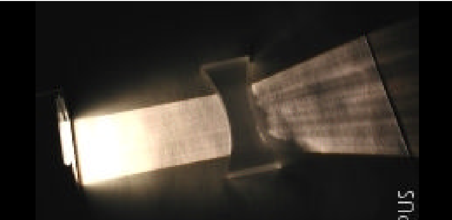
On appelle distance focale d'une lentille mince, la <u>mesure algébrique</u> :

$$\overline{OF'} = f' = -f = -\overline{OF}$$



$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \gamma_t = \frac{p'}{p}$
grandissement linéaire
$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$
Image
Objet =
Instrument optique
La relation de conjugaison
$\mathscr{L}$
B
A
F
O
F'
A'
B'
Δ
p
p'
La relation de conjugaison du point source A et son image A', fournie par une lentille convergente $\mathcal{L}$ de distance focale f'.
vergence v
$v = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$ (dioptries)

Lentille divergente :



<u>Plans focaux</u> : Toute lentille **divergente**, quelle que soit sa forme, possède **deux foyers principaux virtuels**, **symétriques** par rapport au **centre optique O**.

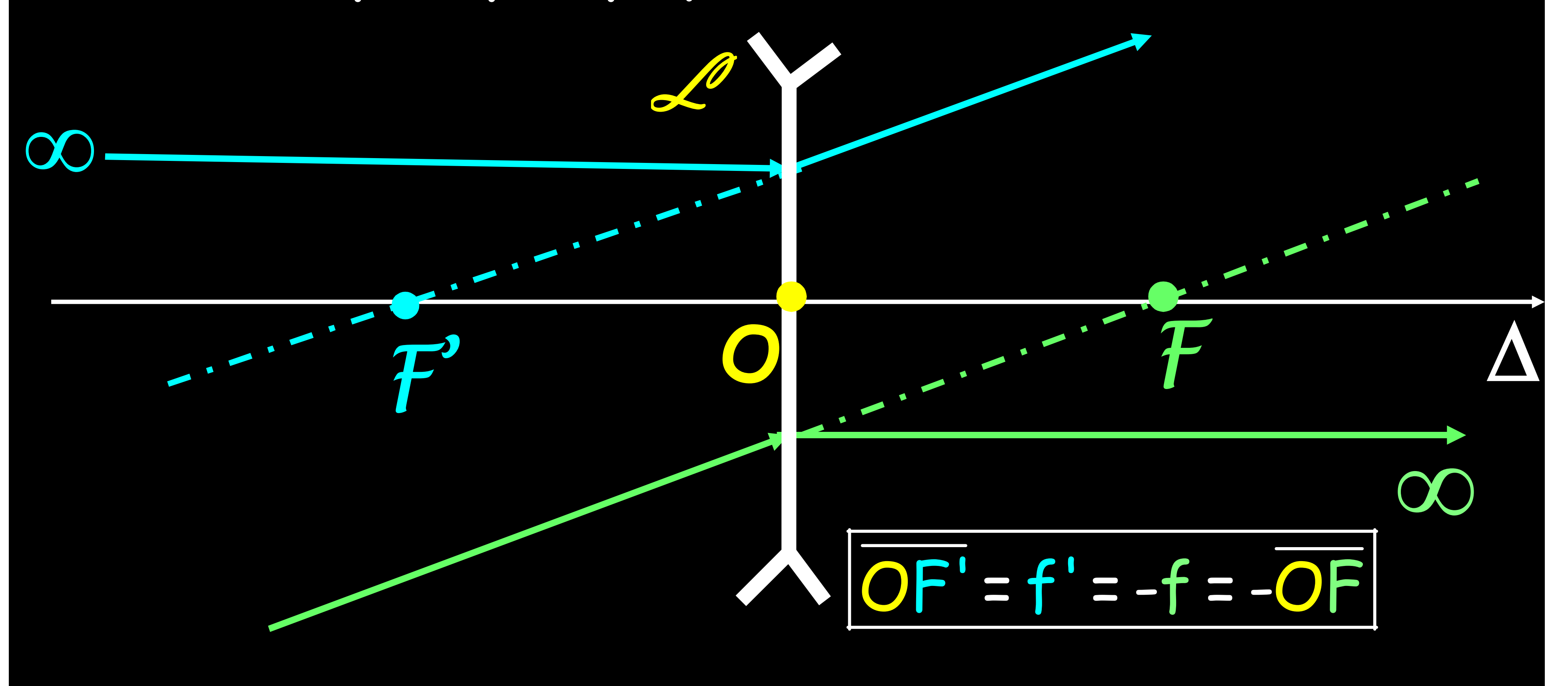
Le premier est le **foyer principal objet** et le **second est le foyer principal image**. Ce dernier est **l'image** d'un **point situé à l'infini**.

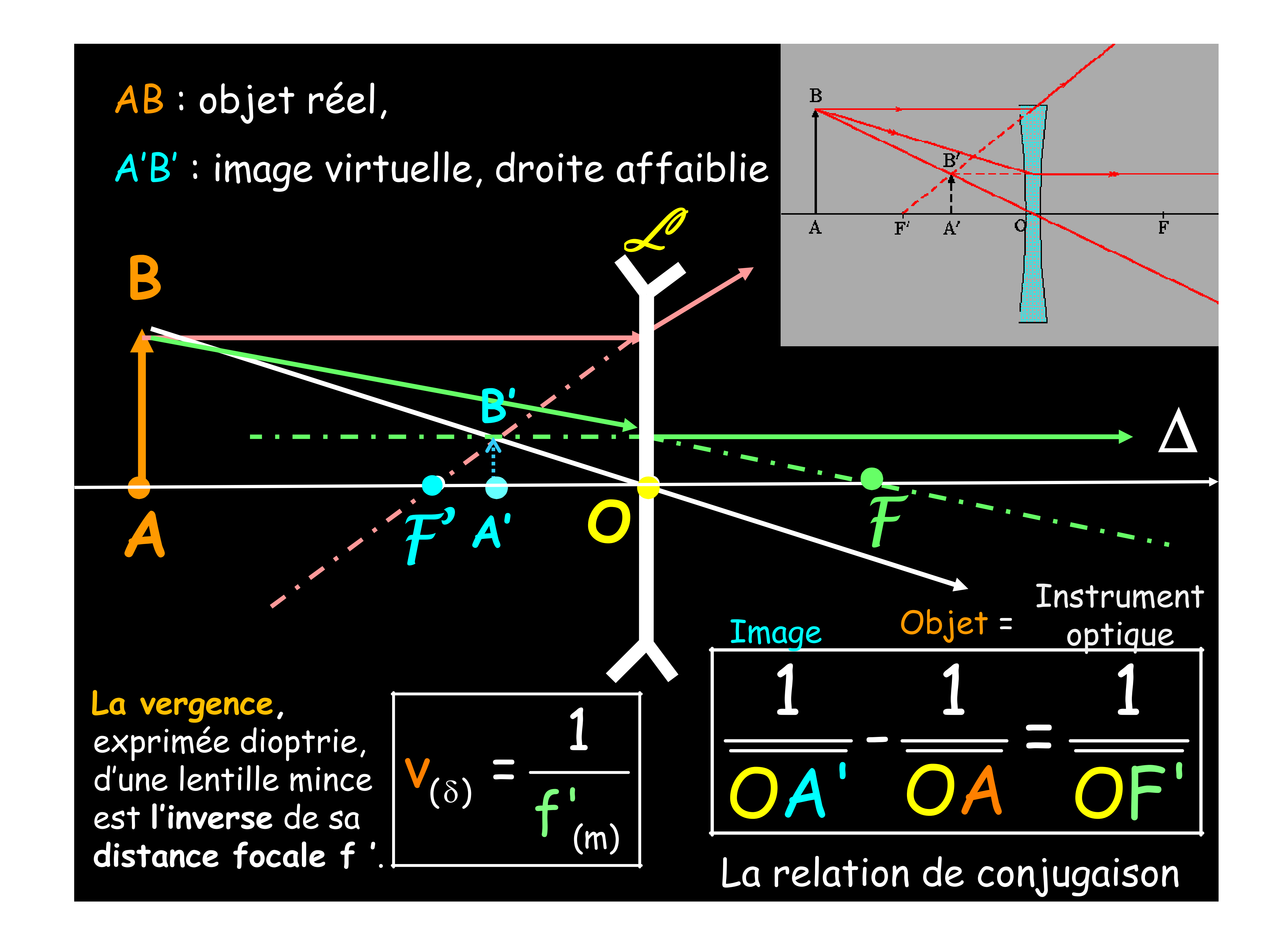
L'infini ∞ et le foyer principal **image F'** sont <u>conjugués</u> par la lentille divergente $\mathcal{L}$

le foyer principal **objet F** et L'infini ∞ sont <u>conjugués</u> par la lentille $\mathcal{L}$

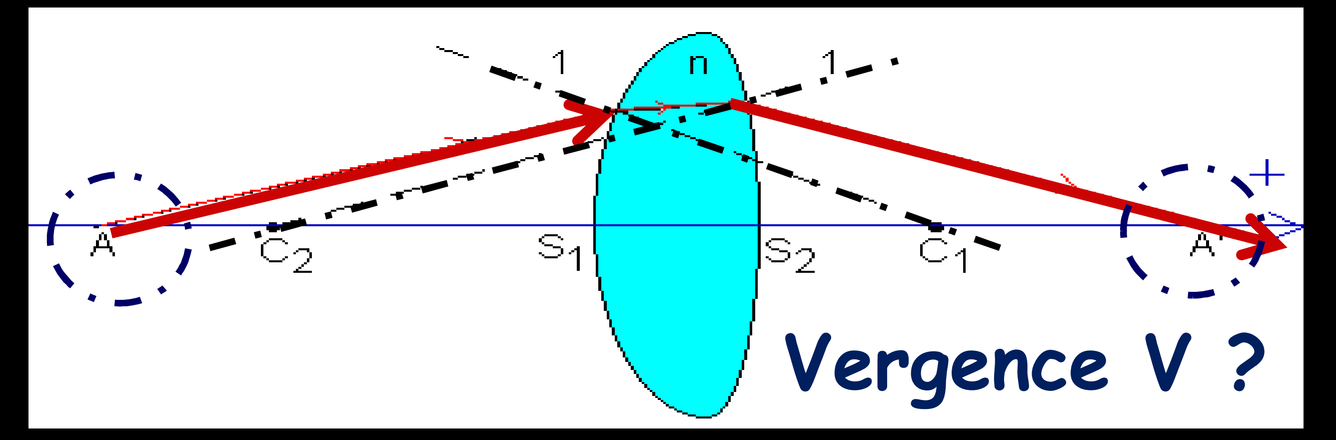
Autrement dit, **tout rayon parallèle** à **l'axe principal optique** Δ de la lentille **émerge** de celle-ci comme s'il venait du **foyer principal image F'**.

Et tout rayon incident qui passe par le foyer principal objet F de la lentille, **émerge** de celle-ci **parallèle** à **son axe principal optique** Δ.




AB : objet réel,
A'B' : image virtuelle, droite affaiblie
B
A
B'
A'
F'
O
F
Δ
B
B'
A
F'
A'
O
F
Image
Objet
=
Instrument optique
$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$
La relation de conjugaison
La vergence, exprimée dioptrie, d'une lentille mince est l'inverse de sa distance focale f '.
$V_{(\delta)} = \frac{1}{f'_{(m)}}$

Une lentille épaisse est une succession de deux dioptres sphériques (S_1, C_1, n_0, n) et (S_2, C_2, n_0, n). A et A' sont conjugués



$$A \xrightarrow[(S_1, C_1, 1, n)]{\text{DioptreSpherique}} A' \xrightarrow[(S_2, C_2, n, 1)]{\text{DioptreSpherique}} A''$$

Une lentille mince

$$S_1 = S_2 = S$$

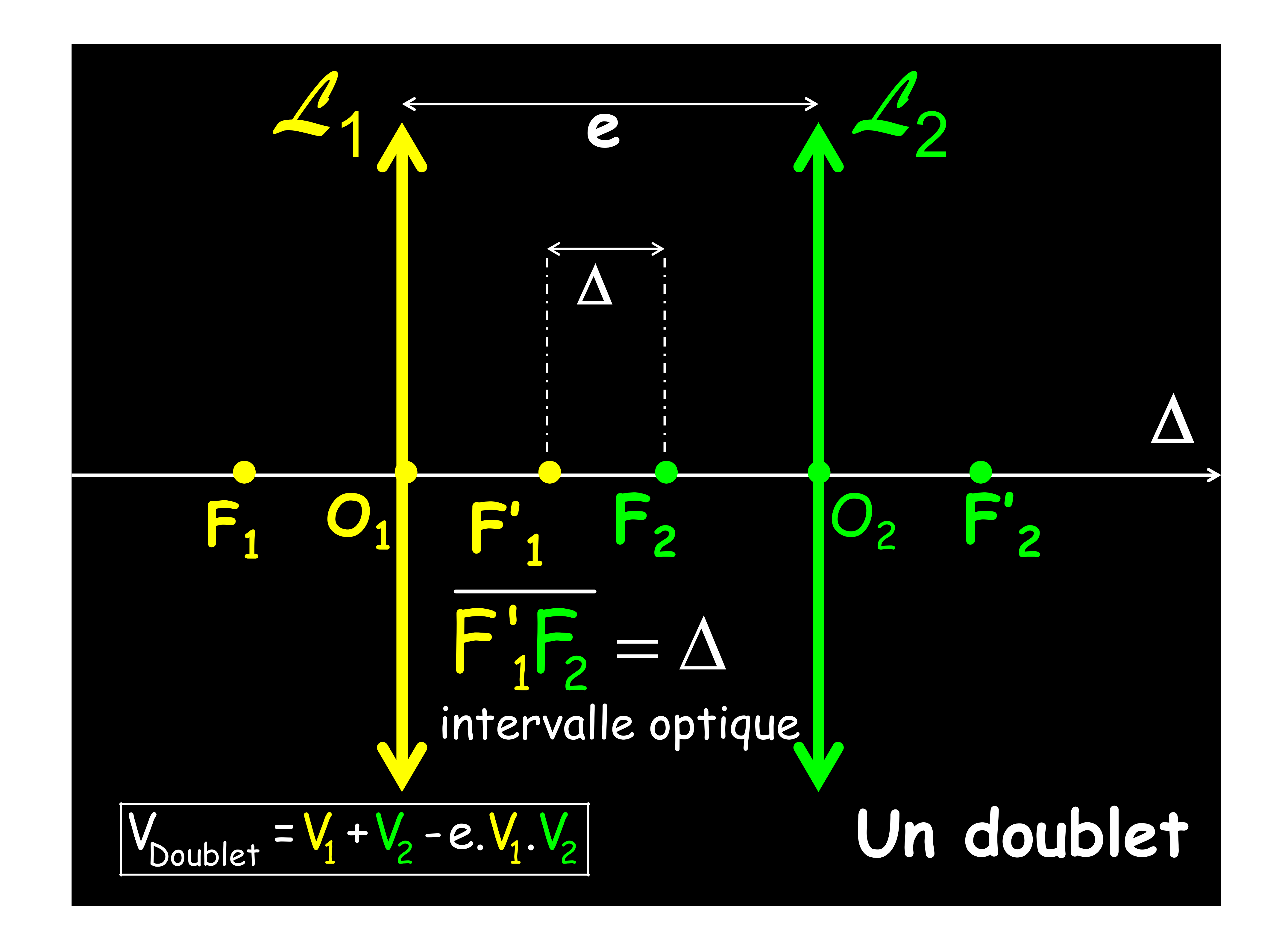
$$\frac{1}{\overline{SA''}} - \frac{1}{\overline{SA}} = (n-1).\left(\frac{1}{\overline{SC_1}} - \frac{1}{\overline{SC_2}}\right)$$

vergence

$$V = (n-1).\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Association de Lentilles

Association de lentilles


$\mathcal{L}_1$
e
$\mathcal{L}_2$
Δ
Δ
F_1
O_1
F'_1
F_2
O_2
F'_2
$\overline{F'_1F_2} = \Delta$
intervalle optique
$V_{Doublet} = V_1 + V_2 - e.V_1.V_2$
Un doublet

Vergence d'un doublet:
Formule de Gullstrand

$$V_{Doublet} = V_1 + V_2 - e.V_1.V_2$$

$$\frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1.f'_2} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{f'_1.f'_2}{f'_1 + f'_2 - e}$$

La distance focale d'une lentille équivalente $\mathcal{L}$

Dans le cas où les 2 lentilles sont accolées, e=0, alors la vergence :

$$V = V_1 + V_2$$

Distance focale :

$$\frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{f'_1.f'_2}{f'_1 + f'_2}$$

Théorème des vergences

Un système de lentilles minces **accolées** est équivalent à une lentille mince unique de même centre optique O et de **vergence** égale à **la somme algébrique** des vergences des **lentilles accolées**.

$$\frac{-1}{p} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f'_1}$$

$$\frac{-1}{p_1} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'_2}$$

$$V_1 + V_2 = V$$

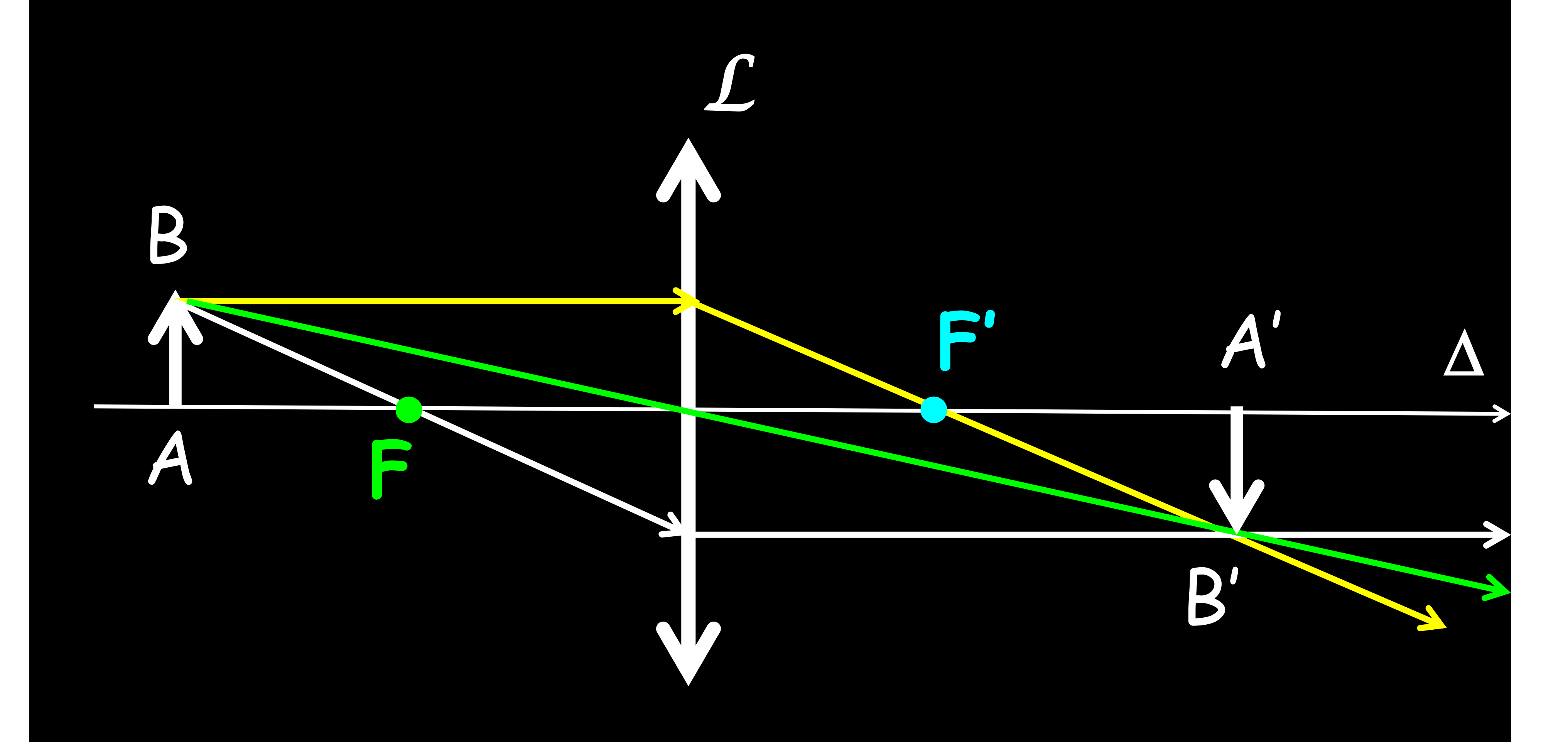
Exemples :

$\mathcal{L}$, $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, O, Δ, F_1, F_2, F, F', F'_2, F'_1

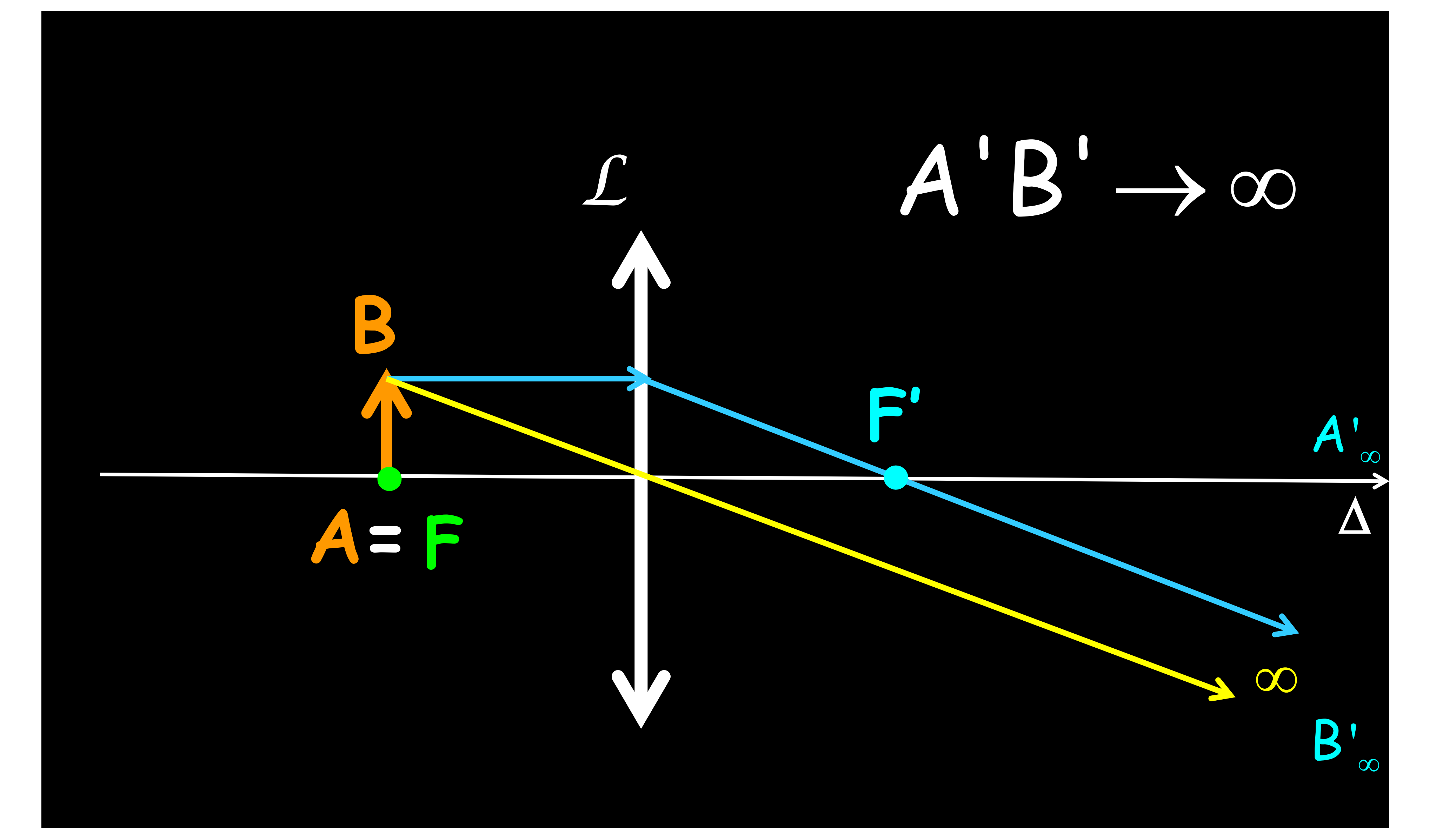
$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \underbrace{\frac{1}{f'_1}}_{V_1} + \underbrace{\frac{1}{f'_2}}_{V_2} = \underbrace{\frac{1}{f'}}_{V}$$

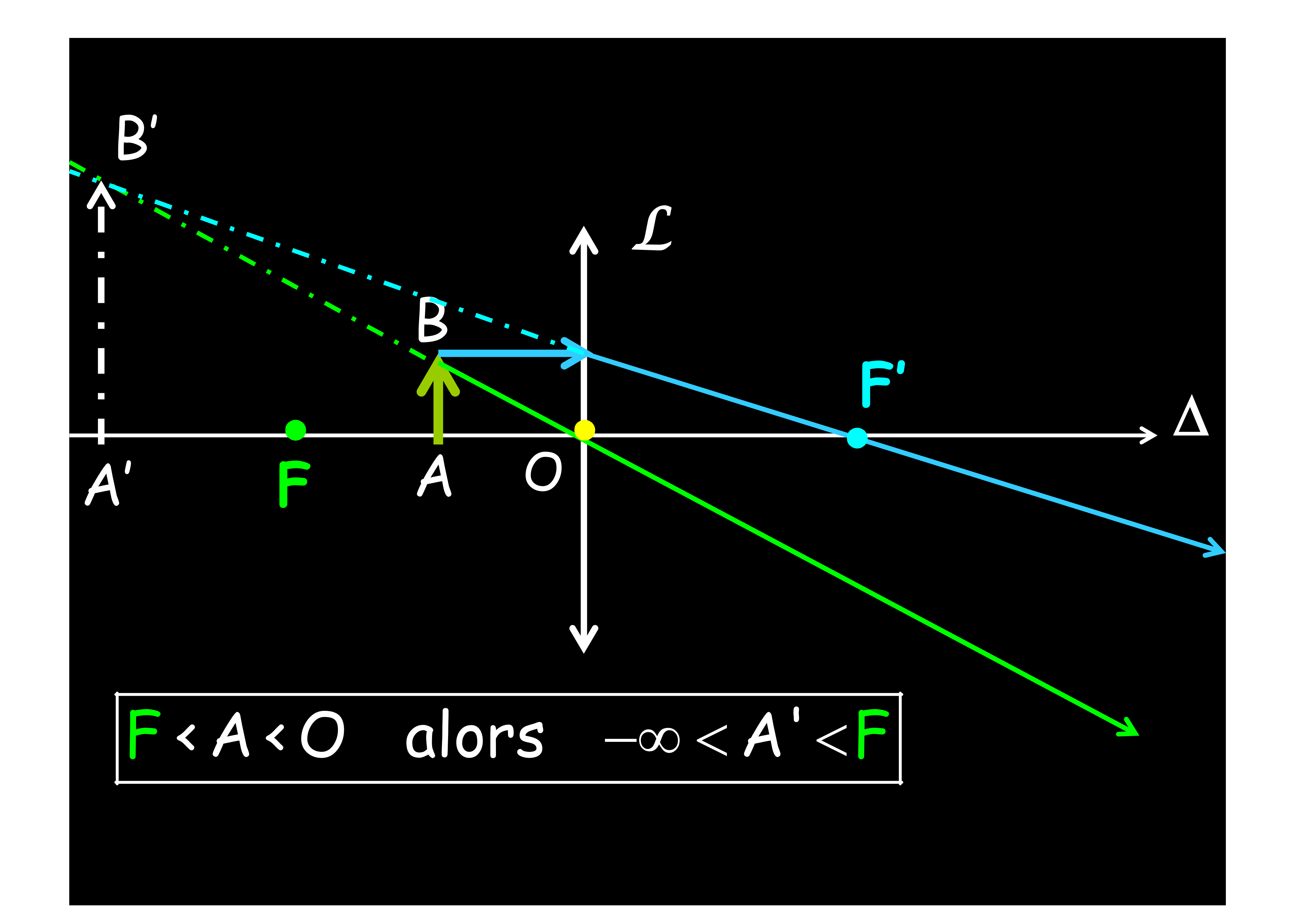
$$\frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{f'_1 . f'_2}{f'_1 + f'_2}$$

Distance focale de $\mathcal{L}$



$-\infty < A < F$ alors $F' < A' < +\infty$


A'B' → ∞
ℒ
B
F'
A'∞
Δ
A = F
∞
B'∞


B'
ℒ
B
F'
Δ
A'
F
A
O
F < A < O alors −∞ < A' < F

Exercice 16 : Association de deux lentilles minces convergentes

1)

$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F_1'}} \Rightarrow \boxed{\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A}.\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_1A}+\overline{O_1F_1'}}}$$

A.N.

$$\boxed{\overline{O_1A_1} = \frac{(-40).(8)}{-40+8} = +10cm}$$

$$A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2B_2 \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}} \Rightarrow \boxed{\overline{O_2A_2} = \frac{\overline{O_2A_1}.\overline{O_2F_2'}}{\overline{O_2A_1}+\overline{O_2F_2'}}}$$

A.N. $\boxed{\overline{O_2A_2} = \frac{(-20).(12)}{-20+12} = +30cm}$ avec $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -30+10 = -20cm$

2)

$$\boxed{\gamma_{1t} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{+10}{-40} = -0,25}$$

$$\boxed{\gamma_{2t} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{30}{-20} = -1,5}$$

$$\boxed{\gamma_t = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} . \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \gamma_{1t}.\gamma_{2t} = 0,38}$$

3) L'image finale A_2B_2 est alors réelle, droite plus petite que l'objet AB.

4) La vergence de ces deux lentilles espacées de e=30cm de vergence respectivement V_1 et V_2 (doublet) s'écrit comme suit :

$$V = V_1 + V_2 - e.V_1.V_2$$

$$V = \frac{1}{8.10^{-2}} + \frac{1}{12.10^{-2}} - 30.10^{-2}.\frac{1}{8.10^{-2}}.\frac{1}{12.10^{-2}}$$

La distance focale f' de ce doublet est :

5)

$$f' = \frac{1}{V} = \frac{1}{-10,42} = -0,096m = -9,6cm$$

Si les 2 lentilles sont accolées, alors la vergence :

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = \frac{1}{8.10^{-2}} + \frac{1}{12.10^{-2}} = 100.\frac{20}{96} = 20,83\delta$$

$$V = 20,83\delta \Rightarrow f' = \frac{1}{V} = \frac{1}{20,83} = 4,8.10^{-4}m = 0,48mm$$



Fin de l'exercice 16